

EXAMEN DE ÁREA - LÓGICA
MAYO DE 2021

1. Suponga que $A \subseteq \mathbb{N}$ es infinito y recursivamente enumerable. Muestre que existe $B \subseteq A$ infinito y recursivo.
2. Dados un grafo G y un numero natural n , demuestre que G admite una n -coloración si y solamente si cada subgrafo finito de G admite una n -coloración.
3. Pruebe que todo conjunto no enumerable de reales contiene una sucesión estrictamente creciente y una sucesión estrictamente decreciente.
4. Sean κ un cardinal infinito y $\{A_\alpha : \alpha \in \kappa\}$ una colección de subconjuntos de κ de tamaño κ . Demuestre que existe $X \subseteq \kappa$ tal que $|A_\alpha \cap X| = |A_\alpha \setminus X| = \kappa$ para todo $\alpha \in \kappa$.
5. Demuestre que si un tipo Σ (sin parámetros) de un teoría completa T tiene finitas realizaciones en cada modelo de T entonces hay una cota finita para el número de realizaciones en todos lo modelos y el tipo es principal.
6. a) Demuestre que la teoría $T = \text{TODSE} \cup \{c_n < c_{n+1} : n \in \omega\}$ es completa pero no es κ -categórica para ningún $\kappa \geq \omega$.
b) Sea T una teoría completa con modelos infinitos en un lenguaje finito puramente relacional. Muestre que si T tiene eliminación de cuantificadores entonces es ω -categórica.