

Nombre y apellido:

1

Universidad de los Andes

Departamento de Matemáticas

Examen de admisión al postgrado, Parte I
10 de Noviembre 2015
Tiempo 3 horas

Nombre y apellido:

2

1. Mostrar que para todo entero positivo n , el número $a_n = 2^{6n+5} + 3^{2n}$ es divisible por 11.

2. Hallar los puntos de la curva $x^2y^2 + xy = 2$ en los cuales la recta tangente tiene pendiente $m = -1$

Nombre y apellido:

4

3. Calcular la integral

$$\int \frac{\sqrt{1+x^6}}{x} dx$$

4. Sean $F(x, y, z) = (yz, -xz, 1)$ un campo vectorial y S la porción de la superficie del paraboloides $z = 4 - x^2 - y^2$ en el primer octante es decir $x \geq 0$, $y \geq 0$ y $z \geq 0$. Calcular la integral del campo F sobre la superficie S .

Nombre y apellido:

6

5. Hallar la serie de potencias centrada en $x = -1$ de la función $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$, especificando su radio y su intervalo de convergencia.

6. Sea la ecuación diferencial

$$y' - \frac{y}{x} - y^2 = -9x^2. \quad (1)$$

- (a) Hallar los $a > 0$ tal que $y_1(x) = ax$ sea una solución de la ecuación.
(b) Con el cambio de función $y(x) = y_1(x) - \frac{1}{z(x)}$ mostrar que la ecuación diferencial se escribe en la forma

$$z' + \left(6x + \frac{1}{x}\right)z = 1$$

y resolver la ecuación (1)

7. Sean $n \in \mathbb{N}$ y A, B dos matrices en $\mathbb{C}^{n \times n}$. Mostrar que las matrices AB y BA tienen los mismos valores propios.