

Nombre: \_\_\_\_\_

1. a) Sea  $X$  una variable aleatoria distribuida normalmente con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2 = 10000$ . Si se desea probar la hipótesis  $H_0 : \mu = 1500$  versus  $H_1 : \mu = 1525$  y la región de rechazo es  $\bar{X} > c$ , encuentre  $n$  y  $c$  si se sabe que  $\alpha = 0.01$  y  $\beta = 0.05$
- b) Se selecciona una muestra aleatoria de tamaño 20 de una población distribuida normalmente con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ . Se desea probar la hipótesis  $H_0 : \sigma^2 = \frac{1}{4}$  versus  $H_1 : \sigma^2 > \frac{1}{4}$ . Si la región de rechazo está dada por  $\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 > 7.536$ , encuentre el valor de  $\alpha$ .
2. Considere la siguiente función de densidad:

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-x/\theta}, & x > 0, \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad \theta > 0$$

Cuya esperanza y varianza son:  $E(X) = 2\theta$  y  $Var(X) = 2\theta^2$

- a. Para una muestra aleatoria de  $n$  observaciones de esta distribución, hallar  $L(\theta)$  y obtener el estimador de máxima verosimilitud de  $\theta$ .
- b. Muestre que el estimador de máxima verosimilitud es insesgado. La cota de Cramer Rao es  $\frac{\theta^2}{2n}$ . Muestre que el estimador de máxima verosimilitud es eficiente.
- c. Halle el estimador por el método de momentos. ¿Es eficiente?
3. Se entrevistó a cinco directores y a cuatro analistas de mercado de una gran empresa. Se les preguntó a cada uno cuál consideraba que debía ser el porcentaje óptimo de cobertura de mercado en su compañía. Las respuestas fueron:

Directores	25.5	27	26	22	24.5
Analistas	22.5	17.5	17	20	

- a. Determine si las varianzas de las dos poblaciones son iguales o no. Plantee hipótesis nula y alterna adecuadas. Use  $\alpha = 0.02$  y concluya.
- b. ¿Es efectivamente mayor el promedio considerado por los directores que el considerado por los analista de mercado? Use  $\alpha = 0.01$  y concluya.

4. Los datos en la siguiente tabla dan el número de millas por galón recorrido por un automóvil de prueba al utilizar gasolina de diferentes índices de octanaje.

Número de millas/galón (Y)	13	13.2	13	13.6	13.3	13.8	14.1	14
Octanaje (X)	89	93	87	90	89	95	100	98

- Hallar la recta que mejor se ajusta a los datos.
- Pruebe la hipótesis nula  $\beta = 1$  versus la hipótesis compuesta  $\beta < 1$ . Use  $\alpha = 0.05$  y que la SCE = 0.27524. No olvide concluir.
- Suponiendo que los datos proviene de una población normal bivariada, determine si la correlación es significativa. Plantee hipótesis nula y alterna adecuadas. Use  $\alpha = 0.05$  y concluya.

**TIEMPO: DOS HORAS**

**NOTA: NO SE PERMITE EL USO DE TEXTOS NI APUNTES.  
TODOS LOS PUNTOS TIENEN IGUAL VALOR.**

---

\* RECUERDE EL JURAMENTO UNIANDINO: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma universidad".