UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
PRIMER PARCIAL 1253
29-02-2016

1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones encontrar el valor(es) de m si existen, para que el sistema tenga.
a. Única solución.
b. infinitas soluciones.
c. No tenga solución.

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & (1-m)z & = & m+2 \\ (1+m)x & - & y & + & 2z & = & 0 \\ 2x & - & my & + & 3z & = & m+2 \end{array}$$

2. Sea

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Explique por que M es invertible y calcule su inversa.

3. Sea

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

a. Muestre que la matriz A es diagonalizable.
Ayuda: Un valor propio es 1.
b. Calcule A^5

4. Si A, B son matrices cuadradas de tamaño 3, con $|A| = -2$ y $|B| = 4$.
Calcular:
a. $\left|A^2B^{-1}\right|$.
b. $|adjA * adjB|$.
c. $\left|\det A * \det B * A^{-1}B^T\right|$.

5.. Para cada uno de los siguientes enunciados, determine si es veradero o falso, de ser verdadero demuestre de lo contrario de un contraejemplo.
a. Si $\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3$ son vectores linealmente independientes, entonces los vectores $\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_1 + \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_1 + \overrightarrow{v}_2 + \overrightarrow{v}_3$,tambien son linealmente independientes.

b. Si $A^T = A$, entonces $A = I$.
c. Si A es una matriz de 3x3 tal que el sistema homogéneo $AX = 0$ tiene infinitas soluciones, entonces el rango de A es 3.
d. Si A es una matriz invertible entonces $A + A^T$ es tambien invertible.

6. Para la matriz dada encotrar los valore(s) de a, de tal manera que la martiz tenga.

$$A = \begin{bmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 1 & 1 & a+1 \end{bmatrix}$$

a. Rango 1.
b. Rango 2.
c. Rango 3.

7. Una matriz A es semejante a B, si $A = P^{-1}B\ P$. Muestre que si A y B son dos matrices semejantes y A es invertible, entonces B tambien es invertible y A^{-1} y B^{-1}.