UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
EXAMEN FINAL 1253
16-05-2016

1. Dada la siguiente matriz , encontrar los valores de p y q de tal manera que el sistema tenga, si es posible,

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 2p \\ 2x & - & 3y & + & 2z & = & 4p \\ 3x & - & 2y & + & qz & = & p \end{array}$$

a. Solución única.
b. Infinitas soluciones.
c. No tenga solución.

2.
a. Supongamos que A , P y D son matrices cuadradas tales que

$A = PDP^{-1}$. Probar que $A^2 = PD^2P^{-1}$.

b. Para la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix}$ la ecuación caracteristica

$|A - \lambda I| = -(\lambda - 2)^2 (\lambda - 1)$. Si para $\lambda = 1$,se tiene que el vector propio asociado es $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, encontrar los vectores propios restantes.

c. Sean $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ vectores no nulos tales que Los vectores $\mathbf{u} \perp \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \perp \mathbf{w}$ y $\mathbf{u} \perp \mathbf{w}$ .Demostrar que $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ son linealmente independientes.

3.
a. Muestre la cóncavidad de la función
$f(x, y, z) = -x^2 - 3y^2 - xy + 2x^{1/4}y^{1/3} - e^{1-x+y}$.
b. Si $z = xg\left(y^2 - x^2\right)$. Muestre que : $xy\, z_x^{\prime} + x^2 z_y^{\prime} = yz$.Con z una función diferenciable en x y y.
c. Si $F(x, y) = x^p + y^p$, calcular σ_{yx}.

4. Si $f(x, y) = 3 - x^2 - y^2 + y^3$
a. Encontrar los puntos estacionarios y clasificarlos.
b. Encontrar el máximo y el mínimo de la función sobre el conjunto delimitado por las desigualdades $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geqslant 0$.

5. Para el problema:

$\max\limits_{x,y} U(x,y) = 100 - e^x - e^y$ sujeto a: $p_1 x + p_2 y = m$

a. Solucionar utilizando el método de Lagrange.

b. Verificar que las condiciones son necesarias y suficientes.

c. Encontrar la función de máximo valor.