UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

EXAMEN FINAL 1253

30-11-2016

1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{array}{ccccccc} 5x & + & 2y & + & z & = & \lambda x \\ 2x & + & y & & & = & \lambda y \\ x & & & + & z & = & \lambda z \end{array}$$, encontrar la solución para cada caso.

a. Si $\lambda = 6$.

b. Si $\lambda = 2$.

c. Si $\lambda = 0$.

2. Para cada uno de los siguientes enunciados, determinar si es verdadero o falso. Si es falso de un contraejemplo, de lo contrario demuestre.

a. Si $|A| = 4$ y $|B| = 2$, entonces $\left| \ A^2 B^{-1} \right| = 8$.

b. La inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ es $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 8/7 & 1 & 3/7 \\ -2/7 & 0 & 1/7 \end{pmatrix}$,

c. Los vectores $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ son linealmente independientes.

d. El rango de una matriz de tamaño 3 x 2, es 2.

3.
a. Muestre la cóncavidad de la función

$f\,(x, y, z) = -3x^2 - y^2 + 3xy - 3z^2$

b. Si $z = f\,\left(x^2 y\right)$ Muestre que : $xz'_x - 2yz'_y = 0$. Con z una función. diferenciable en x y y.

c. Si $Z = \exp\left(xu + yx\right)$, hallar dz en términos de dx y dy, si $u = u\,(x, y)$.

4. Si $f(x, y) = 3 + x^3 - x^2 - y^2$.

a. Encontrar los puntos estacionarios y clasificarlos.

b. Encontrar el máximo y el mínimo de la función sobre el conjunto

$S = \left\{(x, y) : \ x^2 + y^2 \leq 1, x > 0\right\}$.

5. Para el problema:

$\max\limits_{x,y} \ a \ln x + y$ sujeto a: $p_1 x + p_2 y = m$

a. Solucionar utilizando el método de Lagrange.

b. Verificar que las condiciones son necesarias y suficientes.

c. Encontrar la función de máximo valor.