**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES**
**EXAMEN FINAL 1253**
**16-05-2016**

1. Dada la siguiente matriz , encontrar los valores de $p$ y $q$ de tal manera que el sistema tenga, si es posible,

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 2q \\ 2x & - & 3y & + & 2z & = & 4q \\ 3x & - & 2y & + & pz & = & q \end{array}$$

a. Solución única.
b. Infinitas soluciones.
c. No tenga solución.

2.
a. Supongamos que $A$ , $P$ y $D$ son matrices cuadradas tales que

$A = PDP^{-1}$ . Probar que $A^2 = PD^2P^{-1}$.

b. Para la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix}$ la ecuación caracteristica

$|A - \lambda I| = -(\lambda - 2)^2 (\lambda - 1)$ . Si para $\lambda = 1$,se tiene que el vector propio asociado es $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, encontrar los vectores propios restantes.

3.
a. Muestre la cónvexidad de la función
$f(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + xy - 2x^{1/4}y^{1/3} + e^{1-x+y}$.
b. Si $F(x, y) = x^p + y^p$, calcular $\sigma_{yx}$.

4. Si $f(x, y) = 3 - x^2 - y^2 + y^3$
a. Encontrar los puntos estacionarios y clasificarlos.
b. Encontrar el máximo y el mínimo de la función sobre el conjunto delimitado por las desigualdades $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geqslant 0$.

5. Para el problema:
$\max\limits_{x,y} U(x, y) = 100 - e^x - e^y$ sujeto a: $p_1x + p_2y = m$
a. Solucionar utilizando el método de Lagrange.
b. Verificar que las condiciones son necesarias y suficientes.