

MATE 1253 - Examen Final - Diciembre 5 de 2019 - Tema B

Nombre: _____ Código: _____

P1:	P2:	P3:	P4:	P5:	NOTA:
-----	-----	-----	-----	-----	-------

No está permitido el uso de ningún tipo de apuntes, libros o calculadoras. Cualquier dispositivo electrónico (incluido su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

Importante: Para obtener el máximo (o algún) puntaje en cada problema, además de la respuesta correcta, se debe presentar de forma **clara y ordenanda** el procedimiento **completo** que permite llegar a ésta (a menos que se diga explícitamente lo contrario).

Duración: 120 minutos

1. (10pts) Halle la integral doble $\iint_D 4xy^2 dA$, donde D es el triángulo en el plano xy con vértices en $(0, 0)$, $(2, 1)$ y $(3, 0)$.

2. (10pts) Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

- (a) Encuentre los autovalores y autovectores de la matriz A .
- (b) Halle una matriz P y una matriz diagonal D tales que $A = PDP^{-1}$.

3. (10pts) Encuentre el el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3$ sobre la región $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 20\}$.

4. (10pts) Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

(a) Encuentre los valores de k de tal manera que la matriz tenga

- i. rango mínimo
- ii. rango máximo.

(b) Considere el sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$. Halle los valores de k para los cuales el sistema tiene una única solución y encuentre esta solución.

5. (10pts) Determine si la función $f(x, y) = 3x + y - e^{x^2+2y^4} - 5x^2 + xy - 5y^2$ es convexa, cóncava o ninguna en todo su dominio.