

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
EXAMEN FINAL 1252
0512-2017

1. Calcular las siguientes integrales

a. $\int \frac{2x + 1}{x^3 + 2x} dx$

b. $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$

c. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$

2. Determinar el radio y el conjunto de convergencia para cada una de las series de potencia.

a. $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{n2^n}$

b. $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2 + 1}$

3.

a. Un grupo de 12 amigos han decidido que el próximo fin de semana irán de campin, llevan 3 carpas con capacidad para 6, 4 y 2 personas respectivamente. Si Juan y Juana están disgustados y su condición para ir a acampar es que no pueden compartir carpa, ¿de cuantas maneras se pueden distribuir los amigos de tal manera que se satisfaga dicha condición?

b. Una familia tiene 6 hijos. Halle probabilidad que el cuarto hijo sea la segunda niña.

c. Un test de detección precoz de una enfermedad da positivo un 90% de las veces en las que existe la enfermedad y el 15% de los casos en que no existe la enfermedad. Suponga que la probabilidad de tener la enfermedad es de 1 en 100. Si el test se aplica a individuos escogidos aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad que el resultado sea negativo?

d. Supóngase que la demanda mensual de cierto producto se encuentra aproximada por una variable aleatoria normal con media 200 y desviación estándar igual a 40 unidades. ¿Qué tan grande debe ser el inventario disponible al inicio de un mes si, la probabilidad de demanda del producto no debe ser mayor a 0.05?

4. Se lanza un dado y una moneda normal. La variable aleatoria Y_1 toma los valores de 1, 2 y 3. Es 1 si el dado arroja valores menores o iguales a 2, es 2 si su resultado es 3 y en los casos restantes toma el valor de 3. La variable aleatoria Y_2 indica 1 si la moneda cae cara de lo contrario 0.

- a. Halle la función de probabilidad conjunta $f(y_1, y_2)$, llenando una tabla.
- b. Calcular $COV(X, Y)$.
- c. ¿Son Y_1 y Y_2 independientes? Justifique.

5. Si X es la cantidad de dinero (en dólares) que un agente de ventas gasta en gasolina durante un día y Y es la cantidad de dinero (en dólares) correspondiente que le reembolsan, la densidad conjunta de estas dos variables aleatorias está dada por

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} 3y_2, & \text{para } 0 \leq y_1 \leq y_2 \leq 1 \\ 0, & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

- a. Halle las funciones de densidad marginal de Y_1 y Y_2 .
- b. Encuentre $E(Y_1)$ y $E(Y_2)$.
- c. ¿Son Y_1 y Y_2 independientes?