**Cálculo integral**
**Taller sobre ecuaciones diferenciales y números complejos**
**M. Martínez**

1. Encuentre lo siguiente (deje sus respuestas en la forma $a + bi$):
   (a) $\dfrac{64i}{(1 - i\sqrt{3})^8}$.
   (b) Dos números complejos $z, w$ que son solución del sistema de ecuaciones en dos variables
   $$2z + iw = -1, \quad z - w = 3 + 3i.$$
   (c) Todas las soluciones de $z^5 + 32 = 0$ en $\mathbb{C}$.
   (d) Todas las soluciones de $z^6 + 7z^3 - 8 = 0$ en $\mathbb{C}$.
2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales (o problemas de valores iniciales):
   (a) $\dfrac{(1 + x^2)y'}{y} - \dfrac{y}{x} = 0 \quad (\text{para } x \neq 0)$
   (b) $y' + y \tan x = 2 \cos^2 x$.
   (c) $\dfrac{dy}{dx} = xy^2 + x$, con $y(0) = 1$
   (d) $y' = y + 2xe^x$, con $y(0) = -1$.
3. Encuentre una ecuación para la curva que pasa por el punto $(0, 2)$ y cuya pendiente en el punto $(x, y)$ es $2xy + y - 2x - 1$.
4. Para cada punto $(x, y)$ de una curva, llamemos $L_{xy}$ al segmento de tangente a la curva que pasa por el punto $(x, y)$ y está limitado por los ejes. Encuentre una curva $y = f(x)$ que pase por el punto $(2, 1)$ y que tenga la propiedad de que cada punto $(x, y)$ de la curva es el punto medio de $L_{xy}$.
5. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales y problemas de valor inicial.
   (a) $y'' - 6y' + 10y = 0$, con $y(0) = 1$, $y'(0) = 10$.
   (b) $y'' - y' - 2y = e^{3t}$
   **Nota:** Resuelva este item dos veces, primero usando coeficientes indeterminados y luego variación de parámetros.
   (c) $y'' - y' - 2y = 9te^{-t}$.
   (d) $4y'' - 12y' + 9y = 3 + sen(x)$.
   (e) $y'' + 4y = 3 + x$, con $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.