

## Primer Parcial de Cálculo Integral

NOTA: Este fue el examen de una de las secciones del curso MATE-1214 en el semestre 2016-II

1. Evalúe:

(a)  $\int_0^1 (x^2 + 1)e^{-x} dx$

(b)  $\int \frac{-2x + x^2 - 1}{(x^2 + 1)(x - 1)^2} dx$

(c)  $\int \tan^3(\theta) \sec(\theta) d\theta$

2. Use la sustitución  $t = \tan(x/2)$ ,  $-\pi < x < \pi$ , para transformar la integral

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{1 - \cos x + \sin x} dx$$

en la integral de una función racional ordinaria en la variable  $t$  (como la del punto (1)). **¡¡No la integre!!**

AYUDAS. Muestre que:

(a)  $\cos(x/2) = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$  y que  $\sin(x/2) = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$  (Bosqueje un triángulo rectángulo o con identidades)

(b)  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$  y que  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ .

(c)  $dx = \frac{2}{1+t^2} dt$ .

Note que este método de Weierstrass sirve para transformar cualquier integral racional de  $\sin(x)$  y  $\cos(x)$  en una función racional ordinaria de  $t$ .

3. Determine si la integral converge o diverge:  $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 3} dx$

Tiempo límite: **80 minutos**.