

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
EXAMEN FINAL MATE 1214 - Mayo 2015

Nombre	Código	Sección	Nota (sobre 80pts)

P1:	P2:	P3:	P4:	P5:	P6:
-----	-----	-----	-----	-----	-----

IMPORTANTE:

1. No se permite el uso de ayudas de **ningún** tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc.
2. Respete el juramento uniandino¹.
3. Escriba claramente. Conteste en los espacios reservados para las soluciones de los ejercicios.
4. Respuestas sin justificación no recibirán puntos.
5. Durante el examen no se contestarán preguntas.

PREGUNTAS

1. Evaluar las dos integrales siguientes (la segunda está al respaldo de la hoja).

(a) (10pts) $\int [\sec^2(5x) + \sen(5x)]^2 dx.$

¹El juramento uniandino dice: “Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad”.

(b) (10pts) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{\sqrt[3]{x^2+3}} dx.$

2. (10pts) Hallar el intervalo y radio de convergencia de

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n \sqrt{n^2 + 2}} (2x + 3)^n.$$

IMPORTANTE: Para obtener toda la puntuación debe indicar cuál criterio (o criterios) está usando y justificar que todas las hipótesis requeridas por el criterio sí se cumplen.

3. Sea

$$f(x) = x \arctan(3x).$$

- (a) **(5pts)** Halle la serie de Taylor centrada en 0.
- (b) **(5pts)** Calcule la derivada 2015-ésima de f en 0.

4. Resuelva los dos problemas siguientes de valores iniciales.

(a) (10pts)
$$\begin{cases} xy' - y = x^4 \ln(x) & (\text{para } x > 0) \\ y(e) = 1 \end{cases} .$$

(b) (10pts) $y'' + 4y = \sin(x), \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 1.$

5. Considere la curva paramétrica $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \operatorname{sen}^3 t \\ y = \frac{1}{3} \operatorname{cos}^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi/2$.

- (a) **(5pts)** Determine la longitud de la curva.
- (b) **(5pts)** Determine el área de la superficie generada al girar la curva alrededor del eje x .
- (c) **(5pts)** Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva cuando $t = \pi/6$.

6. (5pts) Dibuje el segmento de curva polar

$$r = 10 \operatorname{sen}(2\theta), \quad 0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}.$$

Incluya en su dibujo los puntos para todos los valores

$$\theta = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}.$$

IMPORTANTE: **No** dibuje toda la curva correspondiente a $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Dibuje **solamente** la porción correspondiente a $0 \leq \theta \leq 3\pi/4$. Se pueden utilizar las aproximaciones $\sqrt{2} \approx 1,4$ y $\sqrt{3} \approx 1,7$.

