

Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Recuerde apagar y guardar su teléfono celular. Toda respuesta debe estar **justificada** matemáticamente. Firme y entregue el enunciado junto a la hoja de examen. **Tiempo máximo 1 hora y 20 minutos.**

Nombre: _____ Código: _____

1. La temperatura del punto (x, y) esta dada, en grados centígrados por la función

$$T(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2$$

Encuentre los puntos más calientes y más fríos de la región R dada por

$$R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$$

(14 puntos)

2. a) Encuentre una función $H(x, y, z)$ y un número real c tal que el conjunto de nivel c de H es igual a la gráfica $z = f(x, y)$ de la función

$$f(x, y) = 100 - x^2 - y^2$$

- b) Encuentre la ecuación del plano tangente a la gráfica de $f(x, y)$ en el punto $(1, 1, 98)$. Justifique su razonamiento usando la parte (a).
- c) Un cohete se dispara desde una plataforma ubicada en el punto $(1, 1, 98)$ con rapidez constante de 5000 mts/sec y dirección perpendicular al plano tangente que encontró en la parte (b) y con coordenada z positiva. Encuentre la función $\sigma(t)$ que da la posición del cohete en el tiempo t .

(10 puntos)

3. Sea $g(x, y) = x^3 - y^3 - 2xy + 6$.

- a) Calcule la expansión de Taylor de orden 2 de $g(x, y)$ cerca de $(0, 0)$.
- b) Verifique que $(0, 0)$ es un punto de silla de g .
- c) Defina la función de una variable $h(t) = g(\sigma(t))$ donde $\sigma(t) = (t, t)$. Es $t = 0$ un mínimo local, un máximo local o un punto de inflexión de la función $h(t)$?

(10 puntos)

4. En los siguientes ejercicios marque V si el enunciado es Verdadero y F si el enunciado es falso. No es necesario escribir la justificación de su respuesta. ESCRIBA SUS RESPUESTAS EN LA TABLA QUE APARECE A CONTINUACION.

a	
b	
c	
d	

- a) El límite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2y}{x^2+y^2}$ no existe.
- b) El campo vectorial en \mathbb{R}^3 dado por $F(x, y, z) = (2x + \cos(xyz), 2y + \cos(xyz), 2z + \cos(xyz))$ es conservativo.
- c) La curva $\sigma(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t))$ es la línea de campo del campo vectorial $G(x, y) = (-y, x)$ que empieza en $(2, 0)$.
- d) La longitud de arco de la espiral $\sigma(t) = (2 \cos(t), 2 \sin(t), t)$ en el intervalo $0 \leq t \leq 2\pi$ es mayor que 4π .

(16 puntos)