

Cálculo Vectorial - Parcial No. 2

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

miércoles, noviembre 13 de 2019

Esto es un examen individual. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo: calculadora, cuadernos, notas, aparatos electrónicos, celular, etc. Cualquier dispositivo electrónico (celulares, calculadoras, tabletas etc.) debe estar apagado y guardado durante el examen desde que entre al salón hasta que haya entregado el examen y salido del salón.

Importante: Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada** el procedimiento **completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 75 minutos - Máxima nota: 30 puntos

1. [/5pts] Calcule la integral

$$\int_0^1 \int_x^1 e^{x/y} dy dx.$$

2. [/10pts] Considere la función $f(x, y) = x^2y$, el campo $\vec{F} = \nabla f$ y la trayectoria $\sigma(t) = (\cos \frac{t}{2}, \sin \frac{t}{2})$, $0 \leq t \leq 2\pi$. Calcule las siguientes integrales:

(a) [/5pts] $\int_{\sigma} f ds$.

(b) [/5pts] $\int_{\sigma} \vec{F} \cdot d\vec{s}$.

3. [/5pts] Considere el tetrahedro acotado por los planos:

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y + z = 1,$$

con densidad $\rho(x, y, z) = y$. Calcule la masa total del tetrahedro.

4. [/10pts] Sea S el helicoido parametrizado por

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = \theta \quad 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \pi.$$

Calcule la siguientes integrales:

(a) [/5pts] $\iint_S f dS$ donde $f(x, y, z) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$.

(b) [/5pts] $\iint_{S, \vec{n}} \vec{F} \cdot d\vec{S}$ donde $\vec{F} = (y, x, z^2)$ y S está orientada hacia arriba.