

# Cálculo Diferencial - Taller No. 1

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Encuentre el dominio de

$$f(x) = \frac{\ln(x^2 - 4)}{2x^2 + x - 15}.$$

2. Encuentre  $f \circ g \circ h$  y su dominio, donde  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = 2x - 1$  y  $h(x) = \frac{1}{x}$ .

3. Halle la inversa de la función.

(i)  $f(x) = \frac{4x - 1}{2x + 3}$

(ii)  $g(x) = \frac{\ln(x) + 1}{\ln(x) - 1}$ .

4. Si  $g(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$ , encuentre  $g^{-1}(-1)$ .

5. Resuelva cada ecuación para  $x$ .

(i)  $\ln(x - 2) + \ln x = 1$

(ii)  $\ln(2x + 1) + \ln(x - 3) - 2 \ln x = 0$

(iii)  $5^{x^2 - 12} = 25^{2x}$

(iv)  $2^{2x} + 2^x - 12 = 0$

6. Use transformaciones para trazar la gráfica de la función.

(i)  $f(x) = 1 - \ln|x + 1|$

(ii)  $g(x) = |e^{|x|} - 2|$

7. Calcule el valor exacto.

(i)  $\frac{\log_{10} 25 + \log_{10} 4}{e^{2 \ln 3}}$

(ii)  $\tan(\sec^{-1} 4)$

(iii)  $\sin\left(2 \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)$

8. Calcule los siguientes límites, si existen. Si no existen justifique por qué.

(i)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{6x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2}$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 10x + 25}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6 - x} - 2}{\sqrt{3 - x} - 1}$$

$$(vi) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 + x} \right)$$

$$(vii) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 - |x|}{x + 3}$$

$$(viii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x}$$

9. Encuentre los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x} = 1$ .

10. Calcule los siguientes límites, si existen. Si no existen justifique por qué.

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 5}{(2x^2 - 5)(1 - 3x^2)}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{16x^2 + 2x - 3}}{x + 9}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{-x})$$

11. Halle las asíntotas horizontal y vertical de cada curva.

$$(i) f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - x^3}$$

$$(ii) g(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{3x - 5}$$

12. Halle los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que las siguientes funciones sean continuas en  $(-\infty, \infty)$ .

(i)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x < 2, \\ ax^2 - bx + 3 & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ 2x - a + b & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

(ii)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - c^2}{x - c} & \text{si } x \neq c, \\ 8 & \text{si } x = c. \end{cases}$$