

Cálculo Diferencial, 2025-I
Examen Parcial 3
2 de mayo, 2025

Duración del examen: 80 minutos

Nombre:

Código:

Instrucciones:

1. Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, con su nombre completo, nombre de su profesor de complementaria, y código de estudiante.
2. *Entregue esta hoja con los enunciados junta con la hoja de examen con sus repuestas.*
3. Durante el examen, se permite el uso de una (1) hoja de notas, de tamaño de carta, que se puede llevar preparada al examen.
4. Aparte de la dicha hoja, no se permite el uso de ningún otro tipo de ayuda durante este examen (libros, celulares, dispositivos electrónicos, *etcétera*).
5. Por favor justifique claramente sus respuestas a cada punto. *Podríamos bajar puntos si no se muestra un proceso adecuado, aun si la respuesta sea correcta.*
6. *Antes de las 11:00 a.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.*

1. (3 puntos) Halle el valor máximo de la función $f(x) = x \cdot \sqrt{25 - x^2}$ sobre el intervalo $[0, 5]$.
2. (2 puntos) Determine si se puede aplicar la Regla de L'Hôpital al siguiente límite. Luego, calcule el límite, indicando claramente el proceso que se usa.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x - \tan(x)}$$

3. (3 puntos) Consideremos la función $g(x) = x^4 - 8x^2$.
 - (a) Halle todos los puntos donde su gráfica $y = g(x)$ cruce el eje x y el eje y .
 - (b) Halle todos los puntos críticos de $g(x)$, y halle los intervalos en donde $g(x)$ es creciente o decreciente.
 - (c) Halle los intervalos donde la gráfica $y = g(x)$ es cóncava hacia arriba y hacia abajo, y halle los puntos de inflexión (en caso que los tiene).
 - (d) Usando sus respuestas a los incisos anteriores, realice un buen dibujo de la curva $y = g(x)$, indicando claramente todos los puntos críticos y de inflexión.
(Resulta que el dominio de $g(x)$ es todo $\mathbb{R}$, y que su gráfica no tiene ninguna asíntota, entonces no tiene que preocuparse por eso.)
4. (1 punto) Halle la fórmula general para una función $F(x)$ tal que $F'(x) = \sin(x) - x^3 + x^2 + 1$ y $F(0) = 2$.
5. (1 punto) Escriba una integral definida que es igual al siguiente límite. No tiene que calcular el valor de la integral, sino simplemente plantear la integral.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n \frac{5}{n} \tan \left(\frac{25i^2}{n^2} \right) \right)$$