

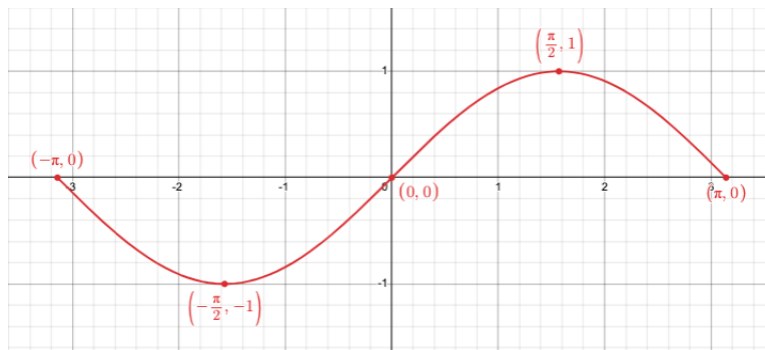
MATE 1203-C
Semestre 01-2025
Segundo Parcial

Nombres y apellidos:

Número de carné:

Hechos útiles:

- Gráfica de la función seno entre $-\pi$ y π :



- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(x)} = 1$.
- $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$; $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$; $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$; $\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$.
- Si un triángulo tiene lados A , B y C , de longitudes respectivas a , b , c ; y si γ es el ángulo subtendido por los lados A y B :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

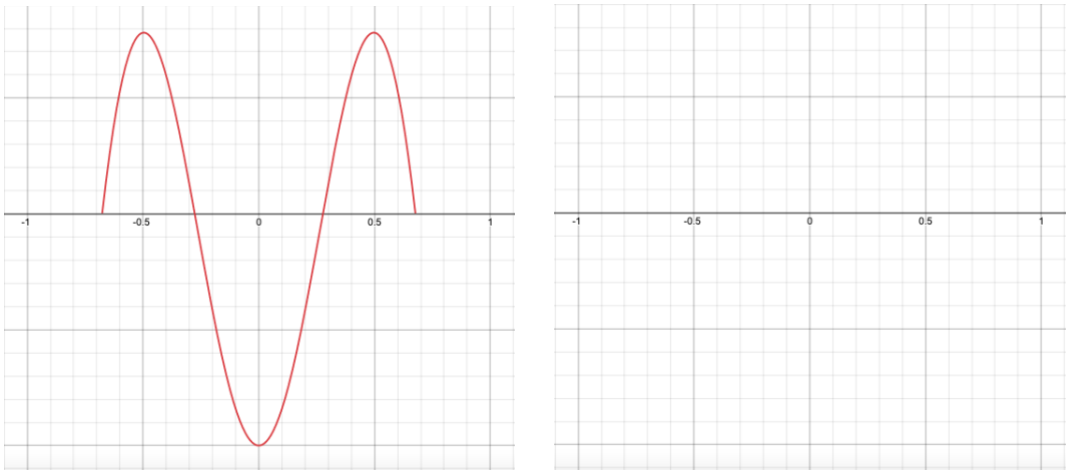


Figura 1: Figura para el problema 1

		1	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	4	5	Total
Puntajes	Puntaje obtenido											
	Máximo posible	5	5	5	5	5	3	7	5	7	8	55

Instrucciones: Cinco (5) problemas en total. Justifique debidamente los argumentos que dan lugar a sus respuestas. Puntajes en página anterior.

1. Esboce a la derecha de la figura 1 la gráfica de una función que represente la derivada de la función cuya gráfica está a la izquierda de la figura 1.
2. Sea f la función con dominio $(-\pi, \pi)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sin(x)} & , \text{ si } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$$

- 2.1 Calcule los límites

$$\lim_{x \rightarrow -\pi^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x)$$

- 2.2 Muestre que si $x \neq 0$

$$f'(x) = 2x \csc(x) - x^2 \csc(x) \cot(x). \quad (1)$$

- 2.3 Muestre que $f'(0) = 1$ (**Sugerencia:** calcule la derivada usando su definición como límite).

- 2.4 Muestre que $f'(x)$ es continua en $x = 0$ (**Sugerencia:** puede dar por sentado (1), válido si $x \neq 0$, y que $f'(0) = 1$).

3. Considere la relación en el plano xy

$$\ln(y) = xy \quad (2)$$

- 3.1 Muestre que el punto $(x_0, y_0) = (0, 1)$ yace en la curva definida por (2).

- 3.2 Muestre que para cualquier punto (x, y) en la curva definida por (2),

$$y' = \frac{y^2}{1 - \ln(y)} \quad (3)$$

siempre que $y \neq e$ (**Sugerencia:** usar diferenciación implícita partiendo de (2) e identificar el cálculo correspondiente de y' con lo expresado en (3))

- 3.3 Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva definida por (2) en el punto $(0, 1)$ (**Sugerencia:** puede dar por sentada la fórmula (3)).

4. Hallar la derivada de

$$f(x) = \frac{x^{\cos(x)}}{(\cos(x))^x}$$

(**Sugerencia:** usar diferenciación logarítmica).

Sigue en la página posterior

5. Si un avión pasa a 4km de altura sobre un radar en el momento $t = 0$, con una elevación de 30 grados con respecto a la horizontal, y a una velocidad constante de 500 km/h, ¿cuál es la tasa de cambio de la distancia entre el radar y el avión después de t unidades de tiempo? Justifique adecuadamente su respuesta y especifique las unidades físicas correspondientes a la misma (puede hacer esto último al final de sus cálculos).

Solución al problema 2

Solución al problema 3

Solución al problema 4

Solución al problema 5

Espacio extra:

