

Cálculo Diferencial, 2025-I
Examen Parcial 2

Duración del examen: 80 minutos

Instrucciones:

1. Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, con su nombre completo y código de estudiante.
2. Por favor entregue esta hoja de enunciados junta con su hoja de respuestas.
3. Se permitirá el uso de **una hoja de notas** durante este examen, lo cual se puede preparar antes del examen llenándola con fórmulas, notas, etcétera.
4. No se permite el uso de otras ayudas (libros, notas adicionales, dispositivos electrónicos, *etcétera*).
5. Por favor justifique claramente sus respuestas a cada punto. *Voy a bajar puntos si no se muestra un proceso adecuado, aun si la respuesta sea correcta.*

1. (3 puntos) Para cada función abajo, calcule su derivada, utilizando técnicas de la clase.¹

(a)

$$f_1(x) = \cos\left(\tan\left(\sqrt{1+x^2}\right)\right)$$

(b)

$$f_2(x) = \log_3(1+x^4)$$

(c)

$$f_3(x) = \frac{\sqrt[4]{1+e^x}}{e^x}$$

2. (2 puntos) Considere la curva C dada por la ecuación

$$x^3y^2 + x^2y^3 + 1 = x + 4xy^2.$$

Halle la pendiente de la recta tangente a C en el punto $(1, 0)$.

3. (3 puntos) Sea $f(x)$ una función diferenciable tal que:

$$f(2) = -1, \quad f'(2) = -2, \quad f(3) = 3, \quad f'(3) = \frac{1}{4}, \quad f(4) = 3, \quad f'(4) = \frac{1}{5}.$$

(a) Si

$$g(x) = f(f(x^2)),$$

calcule $g'(2)$.

(b) Si

$$h(x) = \ln(f(x)),$$

calcule $h'(2)$.

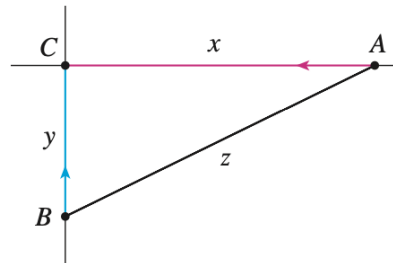
(c) Si

$$k(x) = f(x) \cdot 2^x,$$

halle $k'(2)$.

¹Note que aquí y abajo, en las funciones trigonométricas, el ángulo se mide en radianes (no en grados).

4. (2 puntos) Carro A se mueve en la dirección occidental a una tasa constante de 40 kilómetros por hora, y a mismo tiempo el Carro B se mueve hacia el norte a una tasa constante de 20 kilómetros por hora. Ambos vehículos se acercan al mismo punto, indicado con C en el diagrama abajo.



Si el Carro A está 3 kilómetros de C y el Carro B está 2 kilómetros de C, ¿a qué tasa se está cambiando la distancia entre los dos carros?