Cálculo Diferencial, 2025-I
Examen Parcial 1
18 de febrero, 2025

Duración del examen: 80 minutos

Nombre:

Código:

Instrucciones:

1. Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, con su nombre completo, nombre de su profesor de complementaria, y código de estudiante.
2. *Entregue esta hoja con los enunciados junta con la hoja de examen con sus repuestas.*
3. Durante el examen, se permite el uso de una (1) hoja de notas, de tamaño de carta, que se puede llevar preparada al examen.
4. Aparte de la dicha hoja, no se permite el uso de ningún otro tipo de ayuda durante este examen (libros, celulares, dispositivos electrónicos, *etcétera*).
5. Por favor justifique claramente sus respuestas a cada punto. *Podríamos bajar puntos si no se muestra un proceso adecuado, aun si la respuesta sea correcta.*
6. *Antes de las 11:00 a.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.*

1. Considere la función $f(x) = \left(\frac{1}{2x-1}\right)^3$.

- (a) (0.5 puntos) Halle el dominio de $f(x)$.
- (b) (1 punto) Halle una fórmula para $f^{-1}(x)$. (Para este punto, se puede asumir que $f(x)$ es uno-a-uno, y por lo tanto invertible.)
- (c) (0.5 puntos) Halle el rango de $f(x)$.

2. Consideremos la función $g(x) = 2 + 3^{x-1}$.

- (a) (1 punto) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- (b) (1 punto) Dibuje las gráficas de $y = 3^x$ y de $y = g(x)$ en un solo plano cartesiano. Indique claramente las cruces con los ejes x y y (si hay).

3. Calcule cada límite abajo, si existe. En caso que no existe, explique claramente por qué no existe.

(a) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 + 6x + 9} = ?$$

(b) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[5]{x} - \sqrt[3]{x}) = ?$$

(c) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{x - 7} = ?$$

(d) (1 punto)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \log_2(x^2 - 4x + 4) = ?$$

4. Consideremos una función $h(x)$ tal que, para todo x tal que $x \neq 2$ y $x \neq 3$,

$$h(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}.$$

- (a) (1 punto) ¿Existe un número a tal que si $h(2) = a$, entonces $h(x)$ es continua en $x = 2$? Explique, y halle el valor de a si existe.
- (b) (1 punto) ¿Existe un número b tal que si $h(3) = b$, entonces $h(x)$ es continua en $x = 3$? Explique, y halle el valor de b si existe.