

**Cálculo Diferencial, 2023-I**  
**Examen Parcial 2**  
**17 de marzo, 2023**

**Duración del examen: 80 minutos**

**Instrucciones:**

1. Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, con su nombre completo y código de estudiante. No hay necesidad de entregar la hoja de los enunciados con la hoja que contiene sus respuestas.
2. Se permitirá el uso de **una hoja de notas** durante este examen, lo cual se puede preparar antes del examen llenándola con fórmulas, notas, etcétera.
3. No se permite el uso de otras ayudas (libros, notas adicionales, dispositivos electrónicos, *etcétera*).
4. Por favor justifique claramente sus respuestas a cada punto. *Voy a bajar puntos si no se muestra un proceso adecuado, aun si la respuesta sea correcta.*
5. *Antes de las 6:30 a.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.*

1. (3 puntos) Para cada función abajo, calcule su derivada, utilizando técnicas de la clase.<sup>1</sup>

(a)

$$f_1(x) = \sin(1 + x^3) + 2 \cos(3x)$$

(b)

$$f_2(x) = \ln(x) \cdot \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

(c)

$$f_3(x) = \sqrt{2 + \sqrt[3]{1-x}}$$

2. (2 puntos) Considere la curva  $C$  dada por la ecuación

$$\tan(x - y) = \frac{y}{1 + e^x}.$$

Halle la pendiente de la recta tangente a  $C$  en el punto  $(0, 0)$ .

3. (3 puntos) Sea  $f(x)$  una función diferenciable tal que:

$$f(0) = 2, \quad f'(0) = -1, \quad f(\pi) = 3, \quad f'(\pi) = 0.$$

(a) Si

$$g(x) = (f(x))^3,$$

calcule  $g'(0)$ .

(b) Si

$$h(x) = \frac{f(x)}{e^x},$$

calcule  $h'(0)$ .

(c) Si

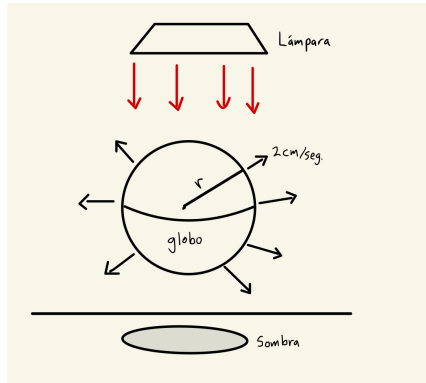
$$k(x) = \sin(f(x)) + f(\sin(x)),$$

halle  $k'(0)$ .

---

<sup>1</sup>Note que aquí y abajo, en las funciones trigonométricas, el ángulo se mide en radianes (no en grados).

4. (2 puntos) Se infla un globo esférico de tal manera que su volumen se crece por una tasa constante de 2 cm por segundo. Hay una lampara grande directamente sobre el globo, produciendo rayos verticales de luz y una sombra circular, como se indica en el dibujo abajo.



Cuando el globo tiene un radio de 2 centímetros, ¿a qué tasa se está aumentando el área de la sombra?

Recuerde de la fórmula  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  para el volumen de una esfera de radio  $r$ , y  $A = \pi r^2$  para el área de una esfera de radio  $r$ .