

Matemáticas 1203, 2022 Semestre II
Examen Parcial 1
6 de septiembre, 2022

Duración del examen: 80 minutos

NOMBRE:

CÓDIGO:

NOMBRE DE SU PROFESOR DE COMPLEMENTARIA (Roberto, Julián Calderón, o Julián Villaquirá):

Por favor escriba sus respuestas en una hoja aparte, pero entregue la hoja de los enunciados con la hoja con sus respuestas.

Puntos importantes:

1. Este es un examen individual, y no se permite discutir los problemas con nadie durante la duración del examen (excepto para pedir aclaraciones del profesor o de los asistentes).
2. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo: ni notas, ni calculadoras, ni cuadernos, ni aparatos electrónicos, ni teléfonos celulares.
3. Todo aparato electrónico debe permanecer en silencio durante el examen, y sólo se puede utilizar en casos de urgencia.
4. Antes de las 11:00 a.m. no se permite voltear esta hoja ni empezar a escribir respuestas.
5. Si sigue escribiendo, borrando, o modificando sus respuestas después de las 12:20 p.m., podría incurrir una penalidad o inclusive una nota de 0 en este examen.
6. Respuestas sin justificación no recibirán puntos.
7. **No se permite el uso de la Regla de L'Hopital en este examen.**
(En general, sólo se permite el uso de técnicas que hemos visto hasta ahora en las clases magistrales.)

Temas tratados: Funciones y límites (de los primeros dos capítulos del libro *Cálculo* por James Stewart)

¡Éxito!

1. (6 puntos) Si $f(x) = \sqrt{x+1}$ y $g(x) = \frac{x-1}{x-3}$, halle el dominio de la función $f \circ g$ (la composición de f y g).
2. Para cada límite abajo, calcúlelo en caso que existe, o explique por qué no existe si así es el caso. *Debería mostrar claramente el proceso que utiliza para calcular cada límite.*

(a) (6 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 4}{3x^2 + 2}$$

(b) (6 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 - x} \right)$$

(c) (6 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{2x^2 - 2}$$

3. Considere la función

$$f(x) = \frac{\log_2(x) + 5}{\log_2(x) + 2}.$$

- (a) (8 puntos) Encuentre el dominio de f y el rango de f .
- (b) (4 puntos) Encuentre una fórmula para $f^{-1}(x)$, y encuentre el dominio y el rango de f^{-1} .

Para este punto, puede asumir que f es uno-a-uno; no tiene que verificar esto.

- (c) (6 puntos) Encuentre todas las asíntotas **horizontales** de la gráfica de $y = f(x)$, si existen (o si no, explique por qué no existen).

No tiene que buscar asíntotas verticales para este punto.

4. Sea

$$g(x) = \frac{x^3 + x^2}{x^3 - x}.$$

- (a) (4 puntos) Encuentre todos los puntos en donde g **no** es continua.
- (b) (4 puntos) Suponga que h es una función tal que, para todo x en el dominio de g , se cumple $h(x) = g(x)$, y además h es continua en 0. ¿Cuál es el valor de $h(0)$?