**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL- CÓDIGO - MATE 1203

EXAMEN FINAL - NOVIEMBRE DE 2016

| Nombres: | Código: |
|---|---|
| "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas." | |
| Firma: | |

**PARTE I - FORMA A (Tiempo máximo: 75 minutos)**

**Esta parte consta de 15 preguntas de selección múltiple. Cada pregunta vale 2 puntos y no se dará crédito parcial ni se calificará el procedimiento. Marque con una X la respuesta correcta. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo (textos, celulares, calculadoras, etc.). Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.**

**Puntaje máximo: 30 puntos.**

1. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \sec x \cdot \ln(1 - 2\cos x) =$

   *a*) $2$
   *b*) $0$
   *c*) $-2$
   *d*) $-\infty$
   *e*) $\infty$

2. Los puntos sobre la curva dada por la ecuación $x^2 - xy + y^2 = 3$ donde la recta tangente es paralela a la recta $x + y + 5 = 0$ son:

   *a*) $(-1, -1)$ y $(1, 1)$
   *b*) $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ y $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$
   *c*) $(-1, 1)$ y $(1, -1)$
   *d*) $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ y $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$
   *e*) $(-2, 2)$ y $(2, -2)$

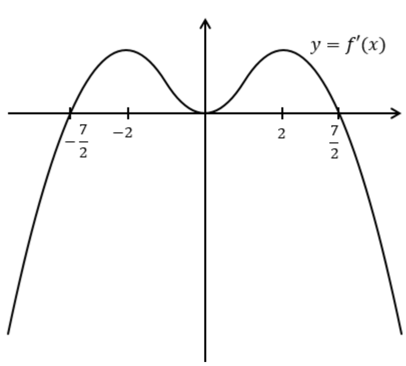
3. $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{|x^2 - 2x|}{x} =$

a) $-2$
b) $2$
c) $-\infty$
d) $\infty$
e) $0$

4. $\operatorname{sen}\left(2 \arctan\left(\dfrac{1}{2}\right)\right) =$

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
b) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$
c) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$
d) $\dfrac{4}{5}$
e) $\dfrac{2}{5}$

5. Se ilustra la gráfica de la derivada $f'$ de una función $f$.




La función $f$ es cóncava hacia abajo para todo $x$ en:

a) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
b) $\left(-\infty, -\dfrac{7}{2}\right) \cup \left(\dfrac{7}{2}, \infty\right)$
c) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
d) $(-2, 2)$
e) $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

6. Si $F(x) = \int_{x^2+x}^{2} e^{t^2}\, dt$, entonces $F'(1) =$

   *a*) $-3e^4$
   *b*) $e^4$
   *c*) $-3e$
   *d*) $-e^2$
   *e*) $3e^2$

---

7. Si se estima el área debajo de la gráfica de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ desde $x = 2$ hasta $x = 8$ usando tres rectángulos de aproximación y los puntos extremos de la derecha, se obtiene:

   *a*) $\dfrac{13}{24}$
   *b*) $\ln 4$
   *c*) $\dfrac{13}{12}$
   *d*) $\dfrac{11}{6}$
   *e*) $1$

---

8. Si $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+4}$, entonces $f^{-1}(-5) =$

   *a*) $-3$
   *b*) $\dfrac{3}{7}$
   *c*) $9$
   *d*) $3$
   *e*) $-\dfrac{19}{7}$

---

9. Si $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\sqrt{4+h} - 2}{h}$ y $f(x) = \sqrt{x+1}$, entonces $a =$

   *a*) $3$
   *b*) $4$
   *c*) $2$
   *d*) $1$
   *e*) $\dfrac{1}{4}$

10. El valor máximo absoluto de la función $f(x) = 2\operatorname{sen} x + x$ en el intervalo $[0, \pi]$ es:

*a*) $0$

*b*) $\pi$

*c*) $\sqrt{3} + \dfrac{2\pi}{3}$

*d*) $\sqrt{2} + \dfrac{3\pi}{4}$

*e*) $\sqrt{3} + \dfrac{5\pi}{6}$

---

11. La derivada de $y = (\ln x)^{2x}$ es:

*a*) $2(\ln x + 1)$

*b*) $2(\ln x)^{2x}\left(\ln(\ln x) + \dfrac{1}{\ln x}\right)$

*c*) $2(\ln x)^{2x-1}$

*d*) $2(\ln x)^{2x}(\ln x + 1)$

*e*) $2(\ln x)^{2x}\left(\ln(\ln x) + \dfrac{x}{\ln x}\right)$

---

12. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,dx =$

*a*) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{3}$

*b*) $\dfrac{7}{12}$

*c*) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

*d*) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{3}$

*e*) $0$

13. Los valores de $a$ y $b$ para que la función $f(x) = \begin{cases} 2^{x\ln x} & \text{si } 0 < x < 1 \\ & \\ ax + b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ sea diferenciable en $(0, \infty)$ son:

   a) $a = 0$, $b = 1$
   b) $a = \ln 2$, $b = 1 - \ln 2$
   c) $a = 1$, $b = -1$
   d) $a = 1 - \ln 2$, $b = \ln 2$
   e) $a = 1$, $b = 0$

---

14. Inicialmente, el cateto $a$ de un triángulo rectángulo mide 10 centímetros y el cateto $b$ mide 2 centímetros. Si el cateto $a$ decrece a razón de 2 centímetros por minuto y el cateto $b$ crece a razón de 1 centímetro por minuto, entonces la razón, en $\text{cm}^2/\text{min}$, con la cual cambia el área del triángulo en cuando el cateto $a$ mide 4 centímetros es:

   a) $-3$
   b) $\dfrac{3}{2}$
   c) $-6$
   d) $3$
   e) $-1$

---

15. Sean $f(x) = \dfrac{1}{\ln x}$ y $g(x) = 1 - x^2$. El dominio de la función compuesta $f \circ g$ es:

   a) $[-1, 1]$
   b) $(-\infty, 1)$
   c) $(-1, 0) \cup (0, 1)$
   d) $(-\infty, 0) \cup (0, 1]$
   e) $(0, 1)$