

Cálculo Diferencial - Parcial No. 3 - Sección 3

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, libros o calculadoras. Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

Importante: Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada** el procedimiento **completo** que permite llegar a la respuesta.

1. [1 punto] Considere la función $f(x) = e^{x^3} + e^{-4x}$.

a) Halle $f(2)$ y $f(-2)$ y muestre que son iguales.

b) Demuestre que existe por lo menos un punto sobre la curva $y = f(x)$ donde la recta tangente es horizontal.

2. [1 punto] Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cot x)^{\sin x}$$

3. [1 punto] Halle las dimensiones del rectángulo de mayor área, que tiene un lado sobre el eje x y los otros dos vértices sobre la parábola $y = 9 - x^2$ con $y \geq 0$.

4. [2 puntos] Para la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 8x + 16}$, realice los pasos (A) al (H).

(A) Halle el dominio.

(B) Halle los cortes con los ejes x y y .

(C) Diga si es simétrica.

(D) Halle las asíntotas, si las tiene y evalúe su comportamiento por izquierda y por derecha de las asíntotas verticales.

(E) Halle los intervalos donde crece y decrece. Para esto, demuestre que $f'(x) = \frac{8x}{(x+4)^3}$.

(F) Halle los máximos y mínimos locales, si los tiene.

(G) Halle los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión, si tiene. Para esto, demuestre que $f''(x) = \frac{-16x + 32}{(x+4)^4}$.

(H) Haga un bosquejo de la gráfica.

(I) Halle el rango de f .

Buena suerte!