

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL- CÓDIGO - MATE 1203
EXAMEN FINAL - SEMESTRE 2019-10

Nombres:	Código:
“Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas.”	
Firma:	

PARTE II - TEMA A (Tiempo máximo: 75 minutos)

Desarrolle los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todos sus pasos. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo (textos, celulares, calculadoras, etc.). Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

Puntaje máximo: 30 puntos.

1. **[8 puntos]** Encuentre el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo con hipotenusa de longitud $1m$.

2. **[6 puntos]** Considere la región \mathcal{R} encerrada por las gráficas de las ecuaciones $x = y^2$ y $x = y + 2$.

a) Haga un buen dibujo de la región \mathcal{R} , donde se muestren los puntos donde se intersectan las gráficas.

b) Halle el área de la región \mathcal{R} .

3. [6 puntos] Considere la región \mathbf{R} encerrada por las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 + 2x - 3$ y $g(x) = 1 - x^2$.
- a) Haga un buen dibujo de la región \mathbf{R} , donde se muestren los puntos donde se intersectan las gráficas.
 - b) Plantee, pero no calcule, una integral para el volumen del sólido obtenido al girar la región \mathbf{R} alrededor de la recta $x = 4$.

4. [10 puntos] Sea

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$$

- a) Halle el dominio de f .
- b) Halle los cortes de la gráfica de f con los ejes X y Y .
- c) ¿ f es par ? ¿ f es impar ?
- d) Halle las asíntotas de la gráfica de f , si las tiene.
- e) Halle los intervalos donde f es creciente y los intervalos donde f es decreciente. Halle los máximos y mínimos locales de f , si los tiene. Para esto, use que $f'(x) = \frac{4(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2}$.
- f) Halle los intervalos donde f es cóncava hacia arriba y los intervalos donde f es cóncava hacia abajo. Halle los puntos de inflexión, si los tiene. Para esto, use que $f''(x) = \frac{8x(x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3}$.
- g) Haga un bosquejo de la gráfica de f .
- h) Halle el rango de f .

