

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL- CÓDIGO - MATE 1203

EXAMEN FINAL - SEMESTRE 2023-10

Nombre:	Código:
“Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas.”	
Firma:	

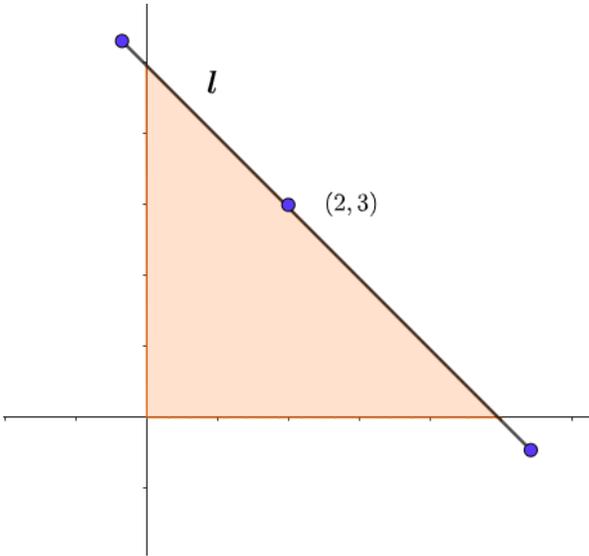
**PARTE II - TEMA A (Tiempo máximo: 75 minutos)**

Desarrolle los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todos sus pasos, respuestas sin justificación o procedimiento no tendrán valor. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo (textos, celulares, calculadoras, etc.). Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

**Puntaje máximo: 30 puntos.**

1. **[6 puntos]** Considere la región  $\mathcal{R}$  encerrada por las gráficas de las ecuaciones  $y = 1 - x^2$ , la recta  $x = 1$  y la recta  $y = 1$ .
  - a) Haga un buen dibujo de la región  $\mathcal{R}$ , el cual muestre los puntos donde se intersectan las gráficas.
  - b) Halle el valor del área de la región  $\mathcal{R}$ .

2. **[8 puntos]** La recta  $l$  pasa por el punto  $(2, 3)$ . La recta  $l$ , el eje  $X$  y el eje  $Y$  forman un triángulo en el primer cuadrante, como se muestra en la figura. Determine las dimensiones del triángulo formado de tal manera que su área sea mínima.



"Nota: El dibujo es solo una ilustración como ayuda."

3. **[6 puntos]** Considere la región  $\mathcal{R}$  encerrada por las gráficas de las ecuaciones  $y = (x + 2)^2$  y  $y = x + 4$ .
- Haga un buen dibujo de la región  $\mathcal{R}$ , el cual muestre los puntos donde se intersectan las gráficas.
  - Plantee, pero no evalúe una integral para encontrar el valor del volumen del sólido obtenido al girar la región  $\mathcal{R}$  alrededor de la recta  $y = 4$ .

4. **[10 puntos]** Considere la función  $y = f(x) = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 + 6}$ . Para este ejercicio puede usar que:

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 6)^2} \quad \text{y} \quad f''(x) = -\frac{36(x^2 - 2)}{(x^2 + 6)^3}.$$

- a) Encuentre el dominio de  $f$ .
- b) Encuentre los interceptos con los ejes  $X$  y  $Y$ , si los tiene.
- c) Determine si  $f$  es simétrica o no lo es. Si lo es, diga si es par o impar.
- d) Encuentre las asíntotas si las tiene y evalúe su comportamiento por izquierda y por derecha de las asíntotas verticales.
- e) Encuentre los intervalos donde  $f$  creciente y los intervalos donde  $f$  es decreciente. Halle los máximos y mínimos locales de  $f$ , si los tiene.
- f) Encuentre los intervalos donde  $f$  es cóncava hacia arriba y donde  $f$  es cóncava hacia abajo y los puntos de inflexión, si los tiene.
- g) Basado en la información recolectada, haga un buen bosquejo de  $y = f(x)$ .