

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL - CÓDIGO - MATE 1203

EXAMEN FINAL - SEMESTRE 2023-10

Nombre:	Código:
"Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas."	
Firma:	

PARTE I - TEMA A (Tiempo máximo: 75 minutos)

Esta parte consta de 15 preguntas de selección múltiple. Cada pregunta vale 2 puntos y no se dará crédito parcial ni se calificará el procedimiento. Marque con una X la respuesta correcta.

No se permite el uso de ayudas de ningún tipo (textos, celulares, calculadoras, etc.). Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

Puntaje máximo: 30 puntos.

1. $\int_0^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx =$

a $\frac{\ln 5}{2}$

b $\frac{\ln 3}{2}$

c $2 \ln 5$

d $2 \ln 3$

e $\ln 2$

2. El valor del límite $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{\ln x} \right)$ es:

a -1

b 1

c 0

d 2

e -2

3. La ecuación de la recta tangente a la curva $y = x(1 - 2x)^3$ en el punto $(1, -1)$ es:

a $y = -7x + 6$.

b $y = -2x + 1$.

c $y = 5x - 6$

d $y = -5x + 4$.

e $y = 7x - 8$.

4. Sea $g(x)$ una función derivable en \mathbb{R} tal que $g(1) = -1$ y $g'(1) = -4$.

Si $H(x) = \ln(3 + [g(x)]^3)$ entonces $H'(1) =$

- a) 6. b) -6. c) 3. d) -3. e) 3/2.

5. El límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3 + 1)^5 - 1}{x^3}$ es igual a:

- a) 1. b) 3. c) 4. d) 5. e) 0.

6. Sea $f(x) = -(x - 3)^2 + 1$. El intervalo más grande de la forma $[a, \infty)$ donde f es invertible es:

- a) $[-1, \infty)$. b) $[1, \infty)$. c) $[3, \infty)$. d) $[-3, \infty)$. e) $[6, \infty)$.

7. El dominio de la función $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ es:

- a) $x = 0$. b) $x \neq 0$. c) $x \in [0, 2\pi]$. d) $x \neq \pi n$, n entero. e) $(-\infty, \infty)$.

8. El valor de a para que la función $f(x)$ sea continua es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - x + 3 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

a) $3/4$.

b) $5/2$.

c) $5/3$.

d) $5/4$.

e) $3/2$.

9. Si $f'(x) = \sin(2x)$ y $f(0) = \frac{3}{2}$, entonces $f(x) =$

a) $-\frac{1}{2} \cos(2x) + 2$.

b) $\frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{3}{2}$.

c) $\frac{1}{2} \cos(2x) + 1$.

d) $\cos(2x) + \frac{3}{2}$.

e) $-\frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{3}{2}$.

10. Considere la curva dada por la ecuación

$$\tan(x + y) = \frac{\sin(x)}{y + 1}.$$

La pendiente de la recta tangente a esta curva en el punto $(0, 0)$ es:

a) -2 .

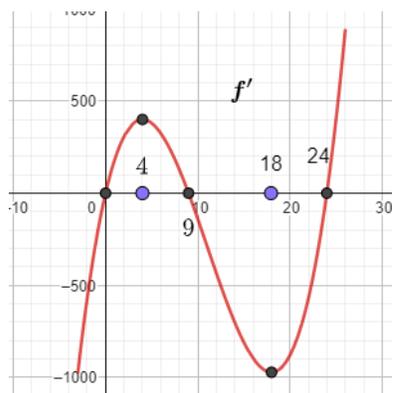
b) -1 .

c) $-\frac{1}{2}$.

d) 0 .

e) 2 .

11. Abajo se ilustra la gráfica de la derivada f' de una función f . Entonces f tiene mínimos locales en x :



a) 4 y 18.

b) 9.

c) 0 y 24.

d) 0, 9 y 24.

e) 0, 4, 9, 18 y 24.

12. Una partícula se mueve en el plano por la curva $y = \sqrt{1+x^2}$. En cierto instante, la coordenada x es igual a 1 y la derivada $\frac{dx}{dt}$ es igual a 3, donde t representa el tiempo. En ese instante, ¿cuál es el valor de $\frac{dy}{dt}$?

a $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

b $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

c $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

d $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

e $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

13. La función $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+2x-3}$, sólo tiene asíntotas en :

a $x = -1$ y $x = 3$. b $x = 3$ y $y = 1$. c $x = -1$, $x = 3$ y $y = 1$. d $x = -3$. e $x = -3$ y $y = 1$.

14. La siguiente expresión

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{3}{n} \left(2 - \left(\frac{3i}{n} \right)^2 \right)$$

escrita en forma de integral definida es igual a:

a $\int_1^3 (2-x^2) dx$. b $\int_1^2 -x^2 dx$. c $\int_0^3 (2-x^2) dx$. d $\int_0^3 (2-x)^2 dx$. e $\int_0^1 (2-x^2) dx$.

15. La inversa de la función $f(x) = \log_2(x-3)$ es:

a $y = 2^{x-3}$.

b $y = 2^x - 3$.

c $y = e^x + 3$.

d $y = 2^{x+3}$.

e $y = 2^x + 3$.