

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**  
**CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL- CÓDIGO - MATE 1203**  
**EXAMEN FINAL - SEMESTRE 2022-10**

Nombre:	Código:
“Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que puedan conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas.”	
Firma:	

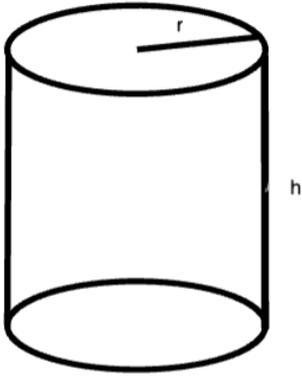
**PARTE II - TEMA A (Tiempo máximo: 75 minutos)**

Desarrolle los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todos sus pasos, respuestas sin justificación o procedimiento no tendrán valor. No se permite el uso de ayudas de ningún tipo (textos, celulares, calculadoras, etc.). Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

**Puntaje máximo: 30 puntos.**

1. **[6 puntos]** Considere la región  $\mathcal{R}$  encerrada por las gráficas de las ecuaciones  $y = x^2$ , el eje  $X$  y la recta  $x = -3$ .
  - a) Haga un buen dibujo de la región  $\mathcal{R}$ , el cual muestre los puntos donde se intersectan las gráficas.
  - b) Halle el valor del área de la región  $\mathcal{R}$ .

2. **[8 puntos]** Se quiere fabricar un recipiente de forma cilíndrica, volumen  $25 \text{ cm}^3$ , altura  $h$ , base y tapa de radio  $r$ .  
¿Cómo se deben elegir  $h$  y  $r$  si queremos minimizar el material para la construcción del recipiente?



3. **[6 puntos]** Considere la región  $\mathcal{R}$  encerrada por las gráficas de las ecuaciones  $y = x^2 + 2x + 1$  y  $y = 3 + x$ .
- Haga un buen dibujo de la región  $\mathcal{R}$ , el cual muestre los puntos donde se intersectan las gráficas.
  - Plantee, pero no evalúe una integral para encontrar el valor del volumen del sólido obtenido al girar la región  $\mathcal{R}$  alrededor de la recta  $y = 5$ .

4. **[10 puntos]** Considere la función  $y = f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$ . Para este ejercicio puede usar que:

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 9}{(x^2 - 9)^2} \quad \text{y} \quad f''(x) = \frac{2x(x^2 + 27)}{(x^2 - 9)^3}.$$

- a) Encuentre el dominio de  $f$ .
- b) Encuentre los interceptos con los ejes  $X$  y  $Y$ , si los tiene.
- c) Determine si  $f$  es simétrica o no lo es. Si lo es, diga si es par o impar.
- d) Encuentre las asíntotas si las tiene y evalúe su comportamiento por izquierda y por derecha de las asíntotas verticales.
- e) Encuentre los intervalos donde  $f$  creciente y los intervalos donde  $f$  es decreciente. Halle los máximos y mínimos locales de  $f$ , si los tiene.
- f) Encuentre los intervalos donde  $f$  es cóncava hacia arriba y donde  $f$  es cóncava hacia abajo y los puntos de inflexión, si los tiene.
- g) Basado en la información recolectada, haga un buen bosquejo de  $y = f(x)$ .