Universidad de los Andes Departamento de Matemáticas

Parcial 1. Algebra Lineal. Agosto 31 de 2009.

Prof: J. López

Solución

1. Conteste las siguientes preguntas:

   a) ¿Para qué valor(es) de c el vector $3\vec{i} - 2\vec{j} + c\vec{k}$ está en el espacio generado por los vectores $\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ y $\vec{j} + 3\vec{k}$? **Resp** : $\mathbf{c = -27}$

   b) ¿Para qué valor(es) de c el vector $[2, c, -c^2]$ es ortogonal tanto al vector $[2, -1, 3]$ como al vector $[1, -1, 1]$? **Resp** :$\mathbf{c = 1}$.

   c) ¿Para qué valor(es) de c el vector $[1, 3, -4]$ es paralelo al vector $[c, 3c, 1]$? **Resp** :$\mathbf{c = -\frac{1}{4}}$.

   d) La inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, es: **Resp** : $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Marque con una X la respuesta correcta:

   a) En $\mathbb{R}^4$ se considera el espacio H =gen$\{[4, -2, 1, 7], [1, 0, 2, 4]\}$. Dado el vector $[-1, 2, 5, x]$, el valor de x que hace que este vector pertenezca a H es:
   a) 2 b) 3 c) 4 **X)** 5.

   b) La dimensiòn del subespacio $H = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$ es:
   a) 2 **X)** 3 c) 4 d) 5.

   c) La dimensiòn del subespacio W =gen$\{[1, 1, 1], [1, 1, 0], [-1, -1, 1]\}$ es:
   a) 0 b) 1 **X)** 2 d) 3.

   d) La nulidad de la matriz $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, es:
   a) 0 b) 1 **X)** 2 d) 3.

3. Conteste falso (F) o verdadero (V) segùn sea el caso. En caso de ser falso, puede justificar mediante un ejemplo, en caso verdadero solo justifique mediante la teoria.

   a) El subconjunto $H = \{(x_1, x_2, x_3) : x_2 = 0\}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^3$.
   (**V**) pues H es un plano en el espacio que pasa por el origen.

   b) Si A y B son matrices simetricas cuadradas del mismo tamano simetricas, entonces AB es simetrica.
   (**F**), pues A no conmuta necesariamente con B.

   c) El sistema lineal de ecuaciones:
   $2x - ay + bz = 4$, $x + z = 2$ y $x + y + z = 2$, tiene infinitas soluciones si el parametro b es igual a 2.
   (**F**), pues, depende también del parámetro a.

   d) Los vectores $\{[1, 1, 1], [1, 1, 0], [-1, -1, 1]\}$ son linealmente independiente.
   (**F**) Ver 2c).