# Parcial 2 - Tema A



Este es un examen **individual**. No se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar **apagados** durante todo el examen. Las respuestas deben ser justificadas.

*Cada pregunta vale 2 puntos.*

**Ejercicio I**

Sea $P_3$ el espacio de polinomios de grado *estrictamente* inferior a 3 y sea $\mathcal{B} = (1 - x, 1 + x, 1 - x^2)$.

**1.** Muestre que $\mathcal{B}$ es una base de $P_3$.

**2.** Halle la matriz $C$ de cambio de base de la base canónica $\mathcal{E} = (1, x, x^2)$ de $P_3$ a la base $\mathcal{B}$.

**3.** Halle las coordenadas, en la base $\mathcal{B}$, del vector $p = 1 + x + x^2$.

**Ejercicio II**

Considere los vectores $v_1 = (2, 4, -2)$, $v_2 = (2, 1, 1)$, $v_3 = (3, 3, 0)$ y $v_4 = (4, 2, 2)$ en $\mathbb{R}^3$.

**1.** Justificando su respuesta, diga si los vectores $v_1$, $v_2$, $v_3$ y $v_4$ son linealmente independientes.

**2.** Halle una base del sub-espacio $W$ de $\mathbb{R}^3$ generado por $v_1$, $v_2$, $v_3$ y $v_4$.

**3.** Halle una base del núcleo (espacio nulo) de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Ejercicio III**

Considere el conjunto $E$ de matrices $2 \times 2$ de la forma $A = \begin{bmatrix} 0 & a+b \\ a-b & 0 \end{bmatrix}$, donde $a$ y $b$ son dos reales cualesquiera.

**1.** Muestre que $E$ es un sub-espacio vectorial del espacio de todas las matrices $2 \times 2$.

**2.** Determine la dimensión de $E$.

**Ejercicio IV**

Justificando su respuesta con una demostración o un contra-ejemplo, diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

**1.** Si $A$ es una matriz $3 \times 5$ cuya forma escalón reducida tiene 2 pivotes, entonces la dimensión del núcleo de $A$ es igual a 3.

**2.** La dimensión del sub-espacio vectorial de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores $v_1 = (1, 0, 1, 0)$, $v_2 = (2, -1, 1, -1)$ y $v_3 = (1, -1, 0, -1)$ es igual a 2.