

Parcial 1 - Tema A

24 DE AGOSTO 2013

MATE 1105

Este es un examen **individual**. No se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar **apagados** durante todo el examen. Las respuestas deben ser justificadas. **Cada pregunta vale 2 puntos.**

Ejercicio I

$$\text{Se considera el sistema } (S) : \begin{cases} x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_2 = 5 \end{cases} .$$

1. Escriba el sistema (S) en forma matricial $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
2. Muestre que la matriz A anterior es invertible y calcule su inversa.
3. Resuelva el sistema (S) .

Ejercicio II

$$\text{Se considera el sistema } (S) : \begin{cases} x + 2y = 5 \\ -3x - 6y = -15 \end{cases} .$$

1. Resuelva el sistema (S) .
2. Dibuje, en el plano de coordenadas (x, y) , el conjunto de soluciones del sistema (S) .

Ejercicio III

$$1. \text{ Calcule el determinante de la matriz } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & \pi - 1 \end{bmatrix} .$$

$$2. \text{ Calcule el determinante de la matriz } A = \begin{bmatrix} 7 & 10 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} .$$

$$3. \text{ Resuelva el sistema } \begin{cases} x_1 - 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 6x_4 = 0 \\ 2x_2 - 12x_4 = 0 \end{cases} .$$

Ejercicio IV

Justificando su respuesta con una demostración o un contra-ejemplo, diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

1. El sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = -1 \end{cases}$ tiene una cantidad infinita de soluciones.
2. Si n es un entero ≥ 2 y A y B son dos matrices de tamaño $n \times n$, entonces $AB = BA$.
3. Si A y B son dos matrices de tamaño 2×2 tales que $\det(A) = 2$ y $\det(B) = -\frac{1}{2}$, entonces B es invertible y $\det(2B^{-1}A^2) = -32$.