

## Parcial 1 - Tema A

24 DE AGOSTO 2013

MATE 1105

Este es un examen **individual**. No se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar **apagados** durante todo el examen. Las respuestas deben ser justificadas. **Cada pregunta vale 2 puntos.**

## Ejercicio I

Se considera el sistema  $(S)$  : 
$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_2 = 5 \end{cases} .$$

1. Escriba el sistema  $(S)$  en forma matricial  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ .
2. Muestre que la matriz  $A$  anterior es invertible y calcule su inversa.
3. Resuelva el sistema  $(S)$ .

## Ejercicio II

Se considera el sistema  $(S)$  : 
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -3x - 6y = -15 \end{cases} .$$

1. Resuelva el sistema  $(S)$ .
2. Dibuje, en el plano de coordenadas  $(x, y)$ , el conjunto de soluciones del sistema  $(S)$ .

## Ejercicio III

1. Calcule el determinante de la matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & \pi - 1 \end{bmatrix} .$

2. Calcule el determinante de la matriz  $A = \begin{bmatrix} 7 & 10 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} .$

3. Resuelva el sistema 
$$\begin{cases} x_1 - 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 6x_4 = 0 \\ 2x_2 - 12x_4 = 0 \end{cases} .$$

## Ejercicio IV

Justificando su respuesta con una demostración o un contra-ejemplo, diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

1. El sistema  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = -1 \end{cases}$  tiene una cantidad infinita de soluciones.
2. Si  $n$  es un entero  $\geq 2$  y  $A$  y  $B$  son dos matrices de tamaño  $n \times n$ , entonces  $AB = BA$ .
3. Si  $A$  y  $B$  son dos matrices de tamaño  $2 \times 2$  tales que  $\det(A) = 2$  y  $\det(B) = -\frac{1}{2}$ , entonces  $B$  es invertible y  $\det(2B^{-1}A^2) = -32$ .