

**Parcial 1 - Tema A**

16 DE FEBRERO 2013

MATE 1105

Este es un examen **individual**. No se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Los celulares deben estar **apagados** durante todo el examen.

*Cada pregunta vale 2 puntos.*

**Ejercicio I**

Sea  $A$  la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ .

1. ¿Para cuál valor de  $t \in \mathbb{R}$  es la matriz  $B = \begin{pmatrix} -16 & t & 4 \\ 9 & -5 & -2 \\ -5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  la inversa de  $A$ ?
2. Resuelva el sistema  $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

**Ejercicio II**

Considere el sistema  $(S) \begin{cases} 2x & +y & -z & = & 1 \\ -4x & -2y & +2z & = & -2 \end{cases}$ .

1. Escriba el sistema  $(S)$  en forma matricial  $A\vec{x} = \vec{b}$ .
2. Escriba la solución general del sistema  $(S)$  en la forma  $\vec{p} + \vec{h}$  donde  $\vec{p}$  es una solución particular de  $(S)$  y  $\vec{h}$  es la solución general del sistema homogéneo asociado.
3. Halle una base del espacio generado por las columnas de  $A$ .
4. ¿Está el vector  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  en el espacio generado por las columnas de  $A$ ? Justifique su respuesta.
5. Recuerde que se denotó por  $A$  la matriz del sistema  $(S)$ . ¿Está el vector  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  en el núcleo (espacio nulo) de  $A$ ? Justifique su respuesta.
6. Halle una base del núcleo de  $A$ .

**Ejercicio III**

Justificando su respuesta con una demostración o un contra-ejemplo, diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas (no se otorgarán puntos por respuestas no justificadas).

1. Sean  $\vec{u} = [1, 2]$  y  $\vec{v} = [2, 4]$  en  $\mathbb{R}^2$ . Sea  $\vec{w}$  un vector en  $\mathbb{R}^2$  tal que  $\vec{w} \perp \vec{u}$  y  $\vec{w} \perp \vec{v}$ . Entonces  $\vec{w} = \vec{0}$ .
2. Sea  $n \geq 2$  un entero. Si  $A$  es una matriz cuadrada no nula de tamaño  $n$ , entonces, para cualquier vector  $\vec{b}$  en  $\mathbb{R}^n$ , el sistema  $A\vec{x} = \vec{b}$  tiene una solución única.
3. Sea  $A$  la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Entonces la matriz  $\frac{1}{2}(A - A^T)$  es simétrica.