# Parcial I – Álgebra Lineal

Agosto 25 de 2012

*Este es un examen **individual**, no se permite el uso de libros, apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Toda respuesta debe estar **justificada** matemáticamente.*

**Punto I**. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(i) `3 Puntos.` Encuentre la matriz inversa $A^{-1}$.

(ii) `2 Puntos.` Verifique que la matriz hallada en el punto anterior es la inversa de $A$.

(iii) `2 Puntos.` Considere el sistema no homogéneo $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ \phantom{x_1 +} x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$ Encuentre el conjunto de soluciones a este sistema. (Observe que puede usar la matriz $A$ de la primera parte del enunciado.)

(iv) `2 Puntos.` ¿Es el vector $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ combinación lineal de las columnas $\vec{w}_1, \vec{w}_2$ y $\vec{w}_3$ de la matriz $A$? Si lo es, encuentre escalares $a_1, a_2$ y $a_3$ tales que $\vec{b} = a_1\vec{w}_1 + a_2\vec{w}_2 + a_3\vec{w}_3$.

**Punto II**. Considere el sistema no homogéneo de ecuaciones lineales

$$S: \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ \phantom{2x_1} -x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

(i) `2 Puntos.` Encuentre una solución particular del sistema $S$ para la cual $x_3 = 0$.

(ii) `2 Puntos.` Resuelva el sistema homogéneo asociado.

(iii) `2 Puntos.` Encuentre la solución general para el sistema no homogéneo $S$. (Observe que puede usar las respuestas dadas en (i) y (ii).)

**Punto III**. Responda falso o verdadero, justificando (con un contraejemplo o una prueba, respectivamente) su respuesta.

(i) `2 Puntos.` Si $A \in M_n(\mathbb{R})$ es una matriz cuadrada, el conjunto $W$ de soluciones al sistema lineal homogéneo $A\vec{x} = \vec{0}$ es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

(ii) `2 Puntos.` Los puntos $(1,1)$, $(1,-1)$ y $(-1,0)$ son los vértices de un triangulo rectángulo en $\mathbb{R}^2$.

(iii) `2 Puntos.` Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, $B$ y $C$ son matrices cuadradas tales que $AB = AC$, entonces $B = C$.