



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
OFRECIMIENTOS DE CURSOS ELECTIVOS 202610

<b>Nivel del Curso*</b>  4: posgrado <input checked="" type="checkbox"/>  3: final de carrera <input checked="" type="checkbox"/>  2: mitad de carrera <input type="checkbox"/>  1: inicio de carrera <input type="checkbox"/>	<b>Nombre completo del curso en español:</b>  Superficies algebraicas complejas
	<b>Nombre completo del curso en inglés:</b>
	Complex Algebraic Surfaces
	<b>Nombre abreviado en español (Máx. 30 caracteres contando espacios):</b> Superficies Complejas
	<b>Profesor:</b> Cristian Martinez
<b>Descripción del curso en español:</b>	
Uno de los temas de investigación centrales en geometría algebraica compleja es clasificación de variedades, no solo hasta isomorfismo sino hasta un tipo de equivalencia más débil llamada equivalencia biracional (isomorfismo de campos de funciones). En dimensión compleja 1, equivalencia biracional e isomorfismo coinciden, pero esto deja de ser cierto en dimensiones más altas. Más aún, en el caso de superficies (dimensión 2), un teorema de Enriques nos proporciona una clasificación completa salvo equivalencia biracional. Junto con curvas, superficies algebraicas constituyen uno de los cimientos de la geometría algebraica clásica, uno donde los cálculos se pueden hacer de manera explícita y por tanto una fuente regular de ejemplos para analizar nuevas estructuras geométricas que aparecen en áreas de investigación activas.	
En este curso, comenzaremos por adquirir las herramientas algebraicas que serán necesarias para estudiar superficies complejas apuntando a entender las demostraciones de dos teoremas principales: El Criterio de Contractibilidad de Castelnuovo y el Teorema de Clasificación de Enriques. Al final del curso, el estudiante estará familiarizado con una vasta clase de ejemplos de superficies algebraicas y sus propiedades geométricas, y estará listo para comenzar por su cuenta lecturas e investigaciones en temas más avanzados de geometría algebraica.	
<b>Descripción del curso en inglés:</b>	
One of the main research topics in complex algebraic geometry is classification of varieties, not just up to isomorphism but up to the weaker birational equivalence (isomorphism of function fields). In complex dimension 1, birational equivalence and isomorphism coincide, but in dimensions 2 and higher this is not the case. Furthermore, in the case of surfaces (dimension	



2), a complete classification due to Enriques is known. Alongside algebraic curves, surfaces constitute one of the building blocks of classic algebraic geometry, one where computations can be made explicit and so a regular source of examples to test new geometric structures in active research areas.

In this course, we will start by building the algebraic tools to study complex surfaces aiming to understanding the proofs of two main theorems: Castelnuovo's contractibility criterion and Enriques' classification Theorem. At the end of the course, the student will be familiar with a vast class of examples of surfaces and their geometric properties, being ready to start reading and research more advanced topics in algebraic geometry on their own.

#### **Prerrequisitos:**

1. MATE 2101
2. MATE 3175 o MATE 3422 o MATE 4101

#### **Objetivos:**

1. Desarrollar herramientas de geometría algebraica para el estudio de variedades proyectivas, con un enfoque en el caso 2-dimensional.
2. Entender la teoría de intersección de curvas en una superficie compleja.
3. Familiarizarse con los ejemplos básicos de superficies complejas.
4. Entender los posibles outputs del Programa del Modelo Mínimo (MMP) suave para superficies complejas.

#### **Contenido:**

1. Variedades proyectivas, fibrados lineales y divisores.
2. Cohomología de Čech.
3. Superficies complejas.
4. Grupo de Picard y Riemann-Roch.
5. Superficies regladas.
6. Superficies racionales.
7. Teorema de Castelnuovo.
8. Dimensión de Kodaira.



9. Superficies minimales y clasificación de Enriques.

**Forma de Evaluación:**

2 parciales (20% c/u), un final (30%), talleres escritos, presentaciones orales de ejercicios asignados (30%). Estudiantes de código 4 deberán hacer una presentación oral de una sección asignada de [1] en lugar de soluciones a ejercicios.

**Bibliografía:**

[1] Beauville, A. *Complex Algebraic Surfaces, 2<sup>nd</sup> Edition*. Cambridge University Press. 1996.

[2] Griffiths, P. and Harris, J. *Principles of Algebraic Geometry*. John Wiley & Sons, Inc. 1994.

**\*Si el curso tiene código 3 y 4, por favor explique las diferencias en cuanto a contenido y formas de evaluación.**