

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
OFRECIMIENTOS DE CURSOS ELECTIVOS
2026-10

Nivel del Curso* 4: posgrado _X_ 3: final de carrera _X 2: mitad de carrera ___ 1: inicio de carrera ___	Nombre completo del curso en español: Grupos de Lie
	Nombre completo del curso en inglés: Lie groups
	Nombre abreviado en español (máx. 30 caracteres contando espacios)
	Profesor: Alexander Cardona
Descripción del curso en español: <p>Los grupos de Lie aparecen naturalmente como grupos de simetrías continuas, o grupos de transformaciones, y se usan ampliamente en diversos contextos: además de las matemáticas, en física y química teórica, en programación y modelamiento de imágenes, entre otras. En matemáticas, ejemplos de grupos de Lie son los grupos de transformación de espacios euclidianos, afines y proyectivos, los grupos de isometrías de las variedades Riemannianas, los grupos de simetrías de ecuaciones diferenciales, etc. Al mismo tiempo, la teoría de grupos de Lie (y algunos cocientes de grupos de Lie, llamados espacios homogéneos), contiene resultados profundos sobre la generalización de operaciones numéricas básicas (la aplicación exponencial) y la interacción entre la estructura suave, la estructura de grupo y su contraparte infinitesimal, dando un primer ejemplo de integración de estructuras algebraicas en estructuras geométricas en variedades.</p>	
Descripción del curso en inglés: <p>Lie groups appear naturally as groups of continuous symmetries, or transformation groups, and are widely used in a variety of contexts: besides mathematics, in theoretical physics and chemistry, in image modeling and programming, among many others. In mathematics, examples of Lie groups are the transformation groups of Euclidean, affine, and projective spaces, the isometry groups of Riemannian manifolds, the symmetry groups of differential equations, and so on. At the same time, the theory of Lie groups (and some quotients of Lie groups, called homogeneous spaces) contains deep results concerning the generalization of basic algebraic operations (e.g. the exponential map) and the interaction between the smooth manifold structure, the group structure, and their infinitesimal counterparts, giving a first example of the integration of algebraic structures into geometric structures on manifolds.</p>	
Prerrequisitos: Geometría diferencial, Álgebra abstracta 1	

Objetivos:

El objetivo de este curso es introducir la teoría básica de grupos de Lie, álgebras de Lie, su relación a través de los teoremas de Lie, y los fundamentos de la teoría de representaciones asociada, con el objeto de estudiar la estructura y geometría de espacios con simetrías continuas (los grupos de Lie mismos o espacios homogéneos, i.e. espacios que son cocientes de grupos de Lie por subgrupos cerrados).

Contenido:Parte I Teoría General

Grupos de Lie matriciales: definiciones y ejemplos. Propiedades topológicas y homomorfismos. Grupos de Lie. La matriz exponencial y la matriz logaritmo. Descomposición polar. Álgebras de Lie: definiciones y primeros ejemplos. Álgebras de Lie simples, resolubles y nilpotentes. El álgebra de Lie de un grupo de Lie matricial. Homomorfismos de grupos de Lie y homomorfismos de álgebras de Lie. La aplicación exponencial.

Parte II Teoría de Representaciones

Teoría de representaciones básica: representaciones, ejemplos y construcción de nuevas representaciones. Reducibilidad y Lema de Schur. Representaciones de grupos de Lie versus representaciones de álgebras de Lie. La fórmula de Baker-Campbell-Hausdorff y la derivada de la aplicación exponencial. Recubrimientos Universales. Subgrupos y subálgebras y el Tercer Teorema de Lie.

Parte III Grupos de Lie Compactos

Grupos de Lie compactos, toros maximales y el grupo de Weyl. El grado de una aplicación. Variedades cociente y la fórmula de integración de Weyl. Raíces y estructura del grupo de Weyl. El enfoque de grupos compactos para la teoría de representaciones: Representaciones y el teorema del peso maximal. Ortonormalidad y completitud para los caracteres, la prueba analítica de la fórmula de caracteres de Weyl. El teorema de Peter-Weyl y aplicaciones (opcional).

Forma de Evaluación:

Dos parciales (40%), tres tareas (30%) y un examen final (30%).

Bibliografía:

B.C. Hall. *Lie Groups, Lie Algebras, and Representations*, second edition. Graduate Texts in Mathematics 222. Springer-Verlag, 2015.

Duistermaat, J.J. and Kolk, J.A.C. *Lie groups*. Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2000.

Hilgert, J. and Neeb, K-H. *Structure and geometry of Lie groups*. Springer Monographs in Mathematics. Springer, New York, 2012.

Warner, F. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer-Verlag, 1990.