

---

- **Información de los profesores**

<https://matematicas.uniandes.edu.co/index.php/cartelera/cursos-sem-actual>

---

- **Introducción y descripción general del curso**

La teoría de la medida es una rama fundamental de las matemáticas que se enfoca en la generalización de las nociones de longitud, área y volumen, y en la extensión del concepto de integral a funciones más complejas y en dominios más generales.

Este curso introductorio tiene como objetivo equipar a los estudiantes con las herramientas matemáticas necesarias para abordar problemas complejos en análisis real y otras áreas afines. A lo largo del curso, exploraremos conceptos clave como sigma-álgebras, medidas, funciones medibles e integrales de Lebesgue. También discutiremos teoremas fundamentales como el Teorema de la Convergencia Dominada, el Teorema de Fubini y el Teorema de Radon-Nikodym.

Este curso combina teoría con ejercicios prácticos para asegurar una comprensión profunda de los conceptos. Al finalizar, los estudiantes estarán preparados para aplicar la teoría de la medida e integración en contextos avanzados de análisis y en otros campos de las matemáticas.

- **Objetivos de la asignatura**

1. Comprender los conceptos básicos de la teoría de la medida:

- Definir y trabajar con sigma-álgebras y espacios medibles.
- Identificar y aplicar diferentes tipos de medidas, como la medida de Lebesgue.

2. Desarrollar habilidades para trabajar con funciones medibles:

- Reconocer y definir funciones medibles.
- Operar con funciones medibles y comprender sus propiedades.

3. Aplicar la teoría de la medida a la integración:

- Entender la definición y las propiedades de la integral de Lebesgue.
- Comparar la integral de Lebesgue con la integral de Riemann.

4. Dominar los teoremas fundamentales de la teoría de la medida e integración:

- Estudiar y aplicar el Teorema de la Convergencia Monótona.
- Entender y utilizar el Teorema de la Convergencia Dominada.
- Aplicar el Teorema de Fubini para la integración múltiple.
- Explorar el Teorema de Radon-Nikodym y su relevancia.

5. Fomentar el pensamiento crítico y la capacidad de análisis:

- Desarrollar la capacidad para analizar y criticar conceptos teóricos.
- Promover el uso de razonamientos lógicos y rigurosos en la resolución de problemas matemáticos.

**• Competencias a desarrollar**

- Capacidad para comprender y aplicar conceptos abstractos y teóricos en la teoría de la medida.
- Habilidad para realizar demostraciones matemáticas rigurosas y lógicas.
- Aplicar el pensamiento crítico para resolver problemas complejos y formular soluciones.
- Desarrollar estrategias efectivas para abordar y resolver problemas relacionados con la medida e integración.
- Utilizar teoremas y propiedades matemáticas para encontrar soluciones a problemas prácticos.
- Expresar ideas y conceptos matemáticos de manera clara y precisa, tanto de forma oral como escrita.
- Desarrollar la capacidad para aprender de manera autónoma y continuar con el estudio de temas avanzados en análisis matemático.
- Trabajar de manera efectiva en equipos para resolver problemas matemáticos y discutir conceptos teóricos.

- **Contenido de la asignatura y cronograma**

MATE-4220 - Plan semanal - Segundo semestre de 2024			
Texto: D.L. Cohn, <i>Measure Theory</i> (2nd edition), Birkhäuser (2013)			
Semana	Mes	Fecha	Tema de clase
1	Agosto	6 Ma	Introducción
		8 Ju	1.1 Álgebras y $\sigma$ -álgebras
2		13 Ma	1.2 Medidas
		15 Ju	1.3 Medidas externas
3	Septiembre	20 Ma	1.4 Medida de Lebesgue
		22 Ju	1.5 Completitud y regularidad
4		27 Ma	1.6 Clases de Dynkin + <i>Ejercicios</i>
		29 Ju	<b>Primer examen (25%)</b>
5	Septiembre	3 Ma	2.1 Funciones medibles
		5 Ju	2.2 Propiedades ciertas casi siempre
6		10 Ma	2.3 La integral
		12 Ju	2.4 Teoremas de convergencia
7	Septiembre	17 Ma	2.5 La integral de Riemann
		19 Ju	2.6 Funciones medibles generales
8		24 Ma	<i>Ejercicios</i>
		26 Ju	<b>Segundo examen (25%)</b>
	<i>Semana de receso - Septiembre 30 a octubre 5</i>		
9	Octubre	8 Ma	3.1 Modos de convergencia
		10 Ju	3.2 Espacios normados
10		15 Ma	3.3 Definición de $\mathcal{L}^p$ y $L^p$
		17 Ju	3.4 Propiedades de $\mathcal{L}^p$ y $L^p$
11	Octubre	22 Ma	3.5 Espacios duales
		24 Ju	<i>Ejercicios</i>
12		29 Ma	<b>Tercer examen (25%)</b>
		31 Ju	4.1 Medidas con signo y complejas
13	Noviembre	5 Ma	4.2 Continuidad absoluta
		7 Ju	4.3 Singularidad
14		12 Ma	4.5 Duales de los espacios $L^p$
		14 Ju	5.1 Medidas producto
15	Noviembre	19 Ma	5.2 Teorema de Fubini
		21 Ju	5.3 Aplicaciones
16		26 Ma	<i>Ejercicios</i>
		28 Ju	<b>Cuarto examen (25%)</b>

## • Metodología

Cada semana habrá dos sesiones presenciales (martes y jueves de 12:00 a 1:50pm). Se espera que cada estudiante lea con anticipación la sección del texto guía (Measure Theory, D.L. Cohn, 2nd Edition) que se cubrirá en cada sesión (ver cronograma en la página anterior).

Por fuera de las sesiones presenciales, toda la comunicación será a través de anuncios en la plataforma Bloque Neón y es responsabilidad de cada estudiante estar pendiente de dichos anuncios. También en Bloque Neón se publicará cualquier material adicional como notas de clase, el plan semanal, ejercicios adicionales y el presente programa.

Todas las dudas que surjan por fuera de las sesiones sincrónicas, se podrán resolver en foros de discusión montados en Bloque Neón para éste propósito.

## • Bibliografía

D.L. Cohn, *Measure Theory* (2nd edition), Birkhäuser (2013)

## • Evaluación

La nota definitiva del curso se calcula como el promedio de las notas obtenidas en cuatro exámenes parciales (ver las fechas en el plan semanal), redondeado a la centésima más cercana.

## RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en la elaboración de los programas de los cursos:

• **Asistencia a clase:**

Los profesores iniciarán sus cursos desde el primer día del semestre académico, con la finalidad de garantizarles a los estudiantes el derecho a beneficiarse activa y plenamente del proceso educativo (Art. 40 RGEPr).

Las clases de la Universidad deben empezar a la hora en punto o a la media hora, y terminar diez minutos antes de la hora en punto o de la media hora (Art. 41 RGEPr).

• **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación, así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 42 y 43 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a tres (3) días calendario siguientes a la fecha de la actividad académica. De acuerdo con el parágrafo del artículo 45 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- a) Incapacidades médicas emitidas por instituciones, centros o empresas prestadoras de servicios de salud que cuenten con la debida autorización por parte de las autoridades en materia de salud.
- b) Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- c) Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.
- d) Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- e) Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.
- f) Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo. (Véanse la Reglamentación de las incapacidades estudiantiles y el acuerdo 126 del Consejo Académico, sobre participación estudiantil en eventos académicos y deportivos.)

Se sugiere que el estudiante informe por correo al profesor la razón de su ausencia dentro de las 24 horas siguientes a la fecha de realización de la actividad académica.

El profesor podrá tener en cuenta otras circunstancias que a su criterio puedan justificar la ausencia del estudiante. La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

• **Salidas de campo:**

Las salidas de campo de los estudiantes de la Universidad, programadas fuera de Bogotá, no son de carácter obligatorio. En caso de que algunos estudiantes no puedan cumplir con esta actividad, deberán informar las razones al profesor respectivo y acordar con él la realización de trabajos supletorios (Art. 46 RGEPr).

• **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones. En los cursos de la escuela de verano el profesor podrá practicar una sola evaluación con un valor equivalente al 100% de la materia (Art. 47 y parágrafo Art. 48 RGEPr).
- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado, los cursos con formato de taller y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso.
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.
- Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, el estudiante podrá justificar su ausencia ante el profesor dentro de un término no superior a (8) días hábiles siguientes a la realización de la prueba. Justificada la inasistencia el profesor deberá indicarle al estudiante la nueva fecha y hora en que le realizará el examen, dentro de las dos (2) semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada.
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.
- Los profesores tendrán autonomía para establecer sus propios criterios de aproximación de notas definitivas, pero deberán siempre informarlo en el programa del curso, el primer día de clase.
- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.

• **Entrega de calificaciones:**

- Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 68 RGEPr).
- Al menos el 30% de las calificaciones debe ser publicado en el sistema banner, a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 69 RGEPr).
- Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 70 RGEPr).

• **Notas especiales:**

- *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 57 RGEPr).
- *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 58 RGEPr).
- *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por razones de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo determinado por la Dirección de Admisiones y Registro. La nota 'P' deberá reemplazarse a más tardar un mes después de terminado el semestre académico o quince (15) días después de terminado el periodo intersemestral (Art. 59 y Art. 60 RGEPr).
- *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esta nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 61 y parágrafo 1 Art. 115 RGEPr).
- *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 63 RGEPr).

• **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los cuatro (4) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con cinco (5) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los cuatro (4) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 64 y 65 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 66 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador de pregrado del programa al que pertenece la materia (Art. 67 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 115 RGEPr) o de una falta disciplinaria (Art. 116 y 117 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar al secretario del Comité Disciplinario de la facultad a la que pertenece el estudiante, mediante comunicación escrita que exprese de manera clara y sucinta los hechos. Se adjuntarán las pruebas correspondientes. (Art. 129 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomó el Comité (Art. 130 – 146 RGEPr).
- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
- Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.
- A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
- La actividad académica en la que se presuma la comisión de un fraude académico deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 61 RGEPr). Es indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.
- Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (Art. 129 y parágrafo 2 Art. 129 RGEPr).

• **Canales de ayuda para estudiantes y profesores:**

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Decanatura de Estudiantes, la Secretaría General de la Universidad y la Oficina del Ombudsperson para consultar sobre asuntos académicos o administrativos según corresponda.

• **Ajustes razonables**

Según el Art.2 de la Convención sobre los Derechos de las personas con discapacidad de la ONU, se entiende por ajustes razonables "las modificaciones y adaptaciones necesarias y adecuadas que no impongan una carga desproporcionada o indebida, cuando se requieran en un caso particular, para garantizar a las personas con discapacidad el goce o ejercicio, en igualdad de condiciones con las demás, de todos los derechos humanos y libertades fundamentales". Por lo tanto, siéntase en libertad de informar a su profesor lo antes posible si tiene alguna condición o situación de discapacidad, visible o invisible, y requiere de algún tipo de apoyo o ajuste para estar en igualdad de condiciones con los demás estudiantes. En caso dado, por favor justifique su solicitud con un certificado médico o constancia de su situación. Así mismo, lo invitamos a buscar asesoría y apoyo en la dirección de su programa, en la decanatura de Estudiantes (Bloque Ñf, ext.2330, <http://centrodeconsejeria.uniandes.edu.co>) o en el Programa de Acción por la Igualdad y la Inclusión Social (PAIIS) de la Facultad de Derecho ([paiis@uniandes.edu.co](mailto:paiis@uniandes.edu.co)).

• **Respeto por la diversidad**

Los valores de inclusión y respeto por la diversidad son fundamentales para nuestra labor. En esta comunidad consideramos inaceptable cualquier situación de acoso, discriminación, matoneo, y/o amenaza. Si alguno de los miembros de esta comunidad siente que está pasando por alguna de estas situaciones o sabe de alguien a quien esto le puede estar pasando puede denunciar su ocurrencia y buscar orientación y apoyo ante alguna de las siguientes instancias:

- el equipo pedagógico del curso o la dirección del programa,
- la Decanatura de Estudiantes (DECA),
- la Ombudsperson ([ombudsperson@uniandes.edu.co](mailto:ombudsperson@uniandes.edu.co)).
- el Comité MAAD (Maltrato, Acoso, Amenaza y Discriminación) ([lineamaad@uniandes.edu.co](mailto:lineamaad@uniandes.edu.co), <https://secretariageneral.uniandes.edu.co/index.php/es/inicio-es/14-noticias/128>).

También puede acudir a los representantes estudiantiles (CEU) y/o a los grupos estudiantiles que pueden prestarle apoyo y acompañamiento: No Es Normal ([derechoygenero@uniandes.edu.co](mailto:derechoygenero@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/noesnormaluniandes/?fref=ts>); Pares de Acompañamiento Contra el Acoso ([paca@uniandes.edu.co](mailto:paca@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/PACA-1475960596003814/?fref=ts>). Además, en clase usted podrá solicitar ser identificado con el nombre y los pronombres que usted prefiera, estos pueden coincidir o no con su nombre legal registrado en banner. No obstante, para firmar en listas de asistencia y marcar hojas de exámenes, debe usar su nombre legal.