

## MATE 2301 ECUACIONES DIFERENCIALES

Profesor:	Alex Rolando Bueno
Correo electrónico:	<a href="mailto:al-bueno@uniandes.edu.co">al-bueno@uniandes.edu.co</a>
Oficina:	H-003
Horario de atención:	Cita previa (vía comunicación personal o correo electrónico)
Monitor:	Julián Andrés Mendez Melo
Correo electrónico:	<a href="mailto:j.mendezm@uniandes.edu.co">j.mendezm@uniandes.edu.co</a>

### • Introducción y descripción general del curso

El análisis ha sido la rama dominante de las matemáticas durante 300 años, y las ecuaciones diferenciales están en el corazón del análisis. Constituyen el objetivo natural del cálculo elemental y la parcela matemática más importante para la comprensión de las ciencias físicas. Es fuente, además, en las cuestiones más profundas que suscita, de la mayoría de las ideas y teorías que conforman el análisis avanzado. Series de potencias, series de Fourier, ecuaciones integrales, teoremas de existencia, necesidad de justificación rigurosa de muchos procesos analíticos; todos esos temas aparecen en el camino de un matemático, físico, biólogo, ingeniero, economista. Una de las ideas principales del análisis complejo consiste en liberar a las series de potencias del ámbito restrictivo del sistema de los números reales, algo que entenderán mejor quienes hayan intentado utilizar series de potencias reales para resolver ecuaciones diferenciales. Es difícil apreciar del todo los capullos de las plantas en floración sin un conocimiento razonable de las raíces, tallos y hojas que los nutren y soportan. El mismo principio es válido en matemáticas, en particular, en un curso de ecuaciones diferenciales.

### • Objetivos de la asignatura

Extender los conocimientos de los cálculos diferencial, integral y vectorial a la descripción de los procesos móviles mediante ecuaciones diferenciales. Tener acceso a las herramientas matemáticas para resolver ecuaciones diferenciales, aumentar la capacidad de plantearlas y analizarlas. Lograr un equilibrio entre metodología, aplicaciones y fundamentos teóricos de la materia. Crear en la mente del estudiante modelos matemáticos de situaciones reales.

### • Temática del curso

El concepto de una ecuación diferencial como descripción matemática de un modelo en la mecánica, electromagnetismo, dinámica de poblaciones, aplicaciones financieras y otros. Procesos dependientes de los argumentos espaciales y temporales. Principales métodos para

resolver ecuaciones diferenciales.

• **Pautas para la presentación de los exámenes del curso**

**Pautas para el primer examen parcial.**

1. Dada una ecuación diferencial de primer orden y una función, determinar si esta última es o no es solución de la primera.
2. Dada una ecuación de primer orden de variables separables y un punto en el plano, hallar la curva integral de la ecuación que pasa por el punto.
3. Dada una familia de curvas en el plano, construir una nueva familia de curvas, ortogonal a la primera.
4. Dada, en castellano, una descripción de las propiedades geométricas de una curva incógnita, plantear la ecuación diferencial correspondiente y resolverla.
5. Dada la tasa del interés bancario anual y el monto del préstamo, hallar el valor de las cuotas fijas para pagar la deuda en  $k$  años, suponiendo que el interés compuesto se capitaliza de manera continua.
6. Dada la temperatura de un cadáver recién fallecido, junto con la temperatura del medio ambiente, determinar el momento de la muerte.
7. Resolver una ecuación de desintegración radioactiva.
8. Determinar la velocidad, como función del tiempo, para el movimiento en un campo de gravitación no-homogéneo y con resistencia de aire.
9. A partir de las propiedades geométricas de la cicloide, establecer la relación funcional ( no paramétrica ) entre su abcisa y su ordenada.
10. Verificar que la curva generatriz de las antenas satelitales es una parábola.
11. Dada una familia de curvas en el plano, construir una nueva familia de curvas que forme un ángulo dado con la primera.
12. Utilizando factores integrantes que dependen de una sola variable, reducir la ecuación diferencial dada a una ecuación exacta y resolverla.
13. Dada una ecuación ( no necesariamente lineal ) de segundo orden con ausencia de la variable independiente ( o de la variable dependiente ), reducirla a una ecuación de primer orden y resolverla.

**Pautas para el segundo examen parcial.**

1. Dadas dos soluciones de una ecuación lineal de segundo orden que poseen un cero común en un intervalo dado, probar que una es múltiplo constante de la otra en ese intervalo.
2. Determinar para cuáles funciones su dependencia lineal equivale a la nulidad del Wronskiano.
3. Dada una solución de la ecuación lineal de segundo orden, hallar otra solución

linealmente independiente con la primera.

4. Dada una ecuación lineal no-homogénea de segundo orden de coeficientes constantes , hallar una de sus soluciones particulares por el método de los coeficientes indeterminados.
5. Dada una ecuación lineal no-homogénea de segundo orden de coeficientes variables, hallar una de sus soluciones particulares por el método de variación de parámetros , conociendo las dos soluciones de la ecuación homogénea.
6. Utilizando el método de la reducción de orden, resolver el problema de la pauta anterior conociendo sólo una de las dos soluciones de la ecuación homogénea y comparar la eficacia de los dos métodos.
7. Para el problema de los osciladores armónicos acoplados, plantear un sistema de dos ecuaciones lineales de segundo orden, obtener una ecuación de cuarto orden y resolverla.

#### **Pautas para el tercer examen parcial.**

1. Utilizar el concepto de la transformada de Laplace para justificar la extensión de la definición del factorial para los números no-enteros.
2. Dada una transformada de Laplace, encontrar la función que generó esa transformada.
3. Utilizar el método de la transformada de Laplace para resolver una ecuación integro-diferencial de primer orden.
4. Utilizar el método de la transformada de Laplace para resolver una ecuación diferencial no-homogénea de segundo orden con la fuerza exterior discontinua y periódica.
5. Utilizar el teorema de la convolución para hallar la transformada inversa de Laplace para un producto de funciones.
6. Utilizar el método de la transformada de Laplace para calcular las integrales de Fresnel.

#### **Pautas para el cuarto examen parcial.**

1. Comprobar la ortogonalidad de las funciones trigonométricas seno y coseno.
2. Descomponer una función par en una serie de Fourier de cosenos.
3. Descomponer una función impar en una serie de Fourier de senos.
4. Descomponer una función en una serie de Fourier de senos y cosenos en un intervalo arbitrario.
5. Descomponer una función en una serie de Fourier de funciones ortogonales arbitrarias.
6. Probar el análogo del teorema de Pitágoras para una familia infinita de funciones ortogonales.
7. Para las funciones continuas, comprobar que la serie de cuadrados de sus coeficientes de Fourier, es convergente.
8. Verificar que cualquier modo de vibración de la cuerda de una guitarra, es superposición de las vibraciones elementales.
9. Hallar las funciones propias para el problema de vibraciones transversales de una

cuerda que es fija sólo en uno de sus extremos.

10. Utilizando el método de la separación de variables, resolver la ecuación de transmisión de calor para la condición inicial que es una combinación lineal finita de las funciones propias del problema.
11. Utilizando el operador de Laplace en coordenadas polares, solucionar el problema de vibraciones de una membrana circular.
12. Resolver un sistema de ecuaciones diferenciales para el caso de coincidencia de las multiplicidades algebraica y geométrica de las raíces características reales de la matriz generadora.
13. Resolver un sistema de ecuaciones diferenciales para el caso de diferencia de las multiplicidades algebraica y geométrica de las raíces características reales de la matriz generadora.
14. Resolver un sistema de ecuaciones diferenciales para el caso de raíces características complejas de la matriz generadora.
15. Resolver un sistema no-homogéneo de ecuaciones diferenciales de primer orden.

<b>UNIVERSIDAD DE LOS ANDES</b>				
<b>DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</b>				
<b>PROGRAMA DEL CURSO MATE-2301 ECUACIONES DIFERENCIALES VACACIONES JUNIO JULIO 2024 (2024-19)</b>				
Semana	Mes		Teoría	Problemas
1	Junio	Ma 4	<b>LUNES FESTIVO</b> Introducción, 1.3	13,14,17,19
		a	2.1,2.2	2.1:18,20,31,32 2.2: 14,22,29,32
		Vi 7	2.3,2.4 2.5,2.6	2.3:4,9,19 2.4: 21,23,27,28 2.5:1,7,15 2.6: 7,20,29,30
2	Junio	Ma 11	<b>LUNES FESTIVO</b>	
		a	REPASO MI 12 PRIMER EX. PARCIAL (15%)	
		Vi 14	3.1,3.2 3.2,3.3	3.1:11,21,27,28 3.2:12,14,16,22 3.2:28,29,31,32 3.3:13,16,23,28
3	Junio			

		Lu 17 a Vi 21	3.4 3.5 3.6,3.7 3.8,4.1	19,27,28,34,37,38,39 11,14,20,22,26,34 3.6:15,17 3.7:15,28,31 3.8:6,7,19 4.1:14,17,20,21
4	Junio	Lu 24	4.2,4.3 MA 25 SEGUNDO EX. PARCIAL (15%)	4.2:18,39 4.3:9,15,18,19
		a	6.1	6.1:5,6,7,8,10,16,26,27
		Vi 28	6.2 , 6.3	6.2:8,17,20,28,34 6.3:15,22,28,30,31
		Julio Ma 2	<i>LUNES FESTIVO</i> 6.4, 6.6	6.4:1,12,19 6.6:7,9,13,15,21,27,28
		a	MI 3 TERCER EX. PARCIAL (15%)	7.3:2,4,6,10,14,21,28 7.4:4,6,7
		Julio Vi 5	7.3,7.4 7.5,7.6 <i>JULIO 5 : último día para informar el 30%</i>	7.5:18,20 7.6 5,8,22
6	Julio	Lu 18 a Vi 12	7.7,7.8 7.9,10.1 10.2,10.3 10.4,10.5 <i>JULIO 12 : último día de retiros sin devolución</i>	7.7:1,4,15 7.8:11,18 7.9:10,12 10.1: 5,14,15,18 10.2:15,18,21 10.3:11 10.4:16,23,35,36 10.5:7,23
7	Julio	Lu 15 a Vi 19	10.6,10.7 REPASO MI 17 CUARTO EX. PARCIAL (15%) CORRECCIÓN CUARTO PARCIAL	10.6:7,20 10.7:21,23
8	Julio	Lu 22, Ma 23	REPASO GENERAL MA 23 EXAMEN FINAL (25%)	SE HARÁ EN EL HORARIO USUAL DE CLASE
<i>El examen final, debe programarse en la última semana de clases y en el horario usual de la clase</i>				

\*La fecha de retiros se puede consultar en: <https://registro.uniandes.edu.co/index.php/calendario-academico-2024-para-cursos-de-16-semanas>

### EVALUACIÓN DEL CURSO:

Exámenes parciales: 60%

Participación tablero, quíices, tareas, etc.: 15%

Examen final: 25%

ÚLTIMO DÍA PARA INFORMAR EL 30% : 5 de Julio

ÚLTIMO DÍA DE RETIROS SIN DEVOLUCIÓN : 12 de Julio

\*Recuerde el juramento del uniandino:"Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".

\**Tenga en cuenta que es derecho de todo estudiante en Uniandes:*

1. Que su profesor llegue a tiempo a clase.

2. Recibir los resultados de sus evaluaciones a más tardar 10 días hábiles después de realizadas.

3. Ser tratado respetuosamente por su profesor.

4. etc., etc.

*Le queremos pedir el favor de que si siente que alguno de estos derechos están siendo violados nos escriba una carta a Alexander Cardona Guio, Director Departamento de Matemáticas, Edificio H primer piso.*

*o ingrese a <http://matematicas.uniandes.edu.co> en Opiniones al Director para exponer su caso.*

#### • Metodología

Explicaciones del profesor donde la participación y las preguntas de los estudiantes son importantes. Talleres de resolución de problemas y exposiciones de estudiantes. Los estudiantes deben estudiar la teoría de un texto y resolver

problemas correspondientes a la teoría, lo cual se discute en clase. La metodología de evaluación tiene una parte formativa importante con realimentación al estudiante en tareas, quíices, pasadas al tablero virtuales y otros.

#### • Justificación

El énfasis del curso se enfoca no sólo en la resolución de las ecuaciones diferenciales, sino también en su interpretación en varios campos del mundo real, subrayando la tesis que las ecuaciones diferenciales no son simplemente un conjunto árido de métodos, datos y fórmulas, sino un vibrante campo matemático donde se puede y se debe trabajar, y en desarrollar la capacidad analítica y sintética de los estudiantes a través del lenguaje matemático.

#### • Bibliografía

Texto guía: W.Boyce, R.Di Prima . Elementary Differential Equations and Boundary Value

Departamento de Matemáticas

Cra. 1 N° 18A-10, Bogotá - Colombia Tel. (57.1) 3 39 4949 | 3 39 4999 Ext. 2710 Fax. 3 32 4340

<http://matematicas.uniandes.edu.co>

Problems, J.Wiley, 8<sup>a</sup> Edición, 2005.

• **Bibliografía adicional**

1. D.Zill, M. Cullen. Ecuaciones Diferenciales. McGraw-Hill, 3<sup>a</sup> Edición, 2008
2. E.Coddington. An Introduction to Ordinary Diff. Equations. NY, Dover, 1989
3. G.Simmons. Ecuaciones Diferenciales. McGraw-Hill, 2<sup>a</sup> Edición, 1998
4. G.Simmons, S.Krantz. Ecuaciones Diferenciales. McGraw-Hill, 2007

## 1. RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en la elaboración de los programas de los cursos:

• **Asistencia a clase:**

Los profesores iniciarán sus cursos desde el primer día del semestre académico, con la finalidad de garantizarles a los estudiantes el derecho a beneficiarse activa y plenamente del proceso educativo (Art. 40 RGEPr).

• **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación, así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 42 y 43 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha de ésta. De acuerdo con el parágrafo del artículo 43 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- a. Incapacidades médicas.
- b. Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- c. Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.

- d. Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- e. Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.
- f. Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo.
- g. Problemas de conexión a internet.

La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

- **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones.
- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso.
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.
- Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, el estudiante podrá justificar su ausencia ante el profesor dentro de un término no superior a (3) días hábiles siguientes a la realización de la prueba. Justificada la inasistencia el profesor deberá indicarle al estudiante la nueva fecha y hora en que le realizará el examen, dentro de las dos (2) semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada.
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.
- La nota aprobatoria es 3.00 en la nota definitiva, según el cálculo de Excel a dos cifras decimales.

- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.

- **Entrega de calificaciones:**

- Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 68 RGEPr).
- Al menos el 30% de las calificaciones debe ser dado a conocer a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 69 RGEPr).
- Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 68 RGEPr).

- **Notas especiales:**

- *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 57 RGEPr).
- *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 58 RGEPr).
- *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por casos de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo definido (Art. 59 RGEPr).
- *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esa nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 61 RGEPr).

- *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 63 RGEPr).

- **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los cuatro (4) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con cinco (5) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los cuatro (4) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 64 y 66 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 66 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador académico del programa al que pertenece la materia (Art. 67 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas (diferente a los parciales y exámenes). La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 115 RGEPr) o de una falta disciplinaria (Art. 116 y 117 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar a la Secretaría del Comité Disciplinario de la unidad académica a la que pertenezca la materia o en la que esté inscrito el estudiante, según corresponda, explicando los hechos que fundamentan su consideración y adjuntando las pruebas correspondientes (Art. 122 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomé el Comité (Art. 136 RGEPr).
- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
- Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.
- A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
- La actividad académica en la que se presuma la comisión de un fraude académico, deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 61 RGEPr). Es indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.
- Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (Art. 135 RGEPr).

- **Canales de ayuda para estudiantes y profesores:**

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Decanatura de Estudiantes, la Secretaría General de la Universidad y la Oficina del Ombudsperson para consultar sobre asuntos académicos o administrativos según corresponda.

#### **. • Ajustes razonables**

Ajustes razonables son todas las acciones, estrategias, apoyos, recursos y adaptaciones empleadas para garantizar a las y los estudiantes su participación, desarrollo y aprendizaje favoreciendo la equiparación de oportunidades y garantía de sus derechos. Los ajustes razonables tienen el objetivo de eliminar las posibles barreras visibles o invisibles, que impidan el pleno goce del derecho a la educación. Son ajustes porque se adaptan a la condición específica de cada estudiante, y razonables porque no imponen una carga desproporcionada o indebida a la IES.

#### **• Respeto por la diversidad**

Los valores de inclusión y respeto por la diversidad son fundamentales para nuestra labor. En esta comunidad consideramos inaceptable cualquier situación de acoso, discriminación, matoneo, y/o amenaza. Si alguno de los miembros de esta comunidad siente que está pasando por alguna de estas situaciones o sabe de alguien a quien esto le puede estar pasando puede denunciar su ocurrencia y buscar orientación y apoyo ante alguna de las siguientes instancias:

el equipo pedagógico del curso o la dirección del programa,  
▪ la Decanatura de Estudiantes (DECA),  
▪ la Ombudsperson ([ombudsperson@uniandes.edu.co](mailto:ombudsperson@uniandes.edu.co)).  
▪ el Comité MAAD (Maltrato, Acoso, Amenaza y Discriminación) ([lineamaad@uniandes.edu.co](mailto:lineamaad@uniandes.edu.co), <https://secretariageneral.uniandes.edu.co/index.php/es/inicio-es/14-noticias/128>).

También puede acudir a los representantes estudiantiles (CEU) y/o a los grupos estudiantiles que pueden prestarle apoyo y acompañamiento: No Es Normal ([derechoygenero@uniandes.edu.co](mailto:derechoygenero@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/noesnormaluniandes/?fref=ts>); Pares de Acompañamiento Contra el Acoso ([paca@uniandes.edu.co](mailto:paca@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/PACA-1475960596003814/?fref=ts>). Además, en clase usted podrá solicitar ser identificado con el nombre y los pronombres que usted prefiera, estos pueden

Departamento de Matemáticas

Cra. 1 N° 18A-10, Bogotá - Colombia Tel. (57.1) 3 39 4949 | 3 39 4999 Ext. 2710 Fax. 3 32 4340

<http://matematicas.uniandes.edu.co>

coincidir o no con su nombre legal registrado en banner. No obstante, para firmar en listas de asistencia y marcar hojas de exámenes, debe usar su nombre legal.