

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
OFRECIMIENTOS DE CURSOS ELECTIVOS

202310

Nivel del Curso* 4: posgrado _X_ 3: final de carrera ___ 2: mitad de carrera ___ 1: inicio de carrera ___	Nombre completo del curso en español: Teoría Ergódica con aplicaciones a la teoría de Ramsey.
	Nombre completo del curso en inglés: Ergodic Theory with a view towards Number Theory
	Nombre abreviado en español (Máx. 30 caracteres contando espacios)
	Profesor: Stefano Ferri.
Descripción del curso en español: En este curso se pretende dar una introducción a la teoría ergódica para poder presentar algunas de las aplicaciones de esta teoría a la teoría de Ramsey y a la combinatoria infinita. El curso empieza asumiendo solamente un conocimiento básico de teoría de la medida y presenta los tópicos clásicos de la teoría ergódica tales como mixing y algunas versiones del teorema ergódico. Una vez terminada esta parte se pasará a una pequeña sección sobre medidas condicionales y álgebras que son prerequisites técnicos para lo que sigue y usualmente no se tratan en todos los cursos básicos de teoría de la medida. Se pasará en seguida a la teoría de Ramsey con la meta de presentar la clásica demostración de Furstenberg del teorema de Szemerédi. Dependiendo del público y si el tiempo lo permite se darán aplicaciones a fracciones continuas y a acciones sobre grupos localmente compactos.	
Descripción del curso en inglés: In this course we shall give an introduction to Ergodic Theory with the main goal of presenting some applications of this theory to additive combinatorics and Ramsey Theory. The course starts assuming only a basic knowledge of measure theory and in the beginning presents basic facts about ergodic theory, including, of course various versions of the Ergodic Theorem. After this a short technical section about conditional measure and other results not usually covered in basic courses on measure theory are presented. Finally, applications to infinite combinatorics will be presented covering in particular Furstenberg's celebrated proof of Szemerédi's Theorem. Depending on the public of the course and if time allows also some results related to actions on locally compact groups and to continuous fraction will be presented.	
Prerrequisitos: Medida como prerequisite o medida como corequisito si el estudiante ya aprobó cursos semi-avanzados relacionados con análisis, tales como topología, análisis funcional o geometría diferencial.	
Objetivos: Aprender lo que está en la descripción del curso.	

Contenido:

(1.) Introducción.

(1.1) Motivaciones: Comportamientos ergódicos, equidistribución para polinomios, el teorema de Szemerédi.

(2.) Ergodicidad, recurrencia y mixing.

(2.1) Transformaciones que preservan medida.

(2.2) Recurrencia.

(2.3) Ergodicidad.

(2.4) Operadores unitarios asociados.

(2.5) Teoremas ergódicos.

(2.6) Mixing, transformaciones fuertemente y debilmente mezclantes.

(2.7) Espectro continuo y transformaciones debilmente mezclantes.

(3.) Medidas continuas para mapas continuos.

(3.1) Existencia de las medidas invariantes.

(3.2) Decomposición ergódica.

(3.3) Única ergodicidad.

(3.4) Rigidez y equidistribución.

(4.) Medidas condicionales y álgebras.

(4.1) Esperanza condicional.

(4.2) Martingales.

(4.3) Medidas condicionales.

(4.4) Álgebras.

(5.) Factores y Joinings.

(5.1) Álgebras invariantes y mapas cocientes.

(5.2) Joinings.

(5.3) El sistema de Kronecker y la construcción de Joinings.

(6.) El teorema de Szemerédi.

(6.1) El teorema de van der Waerden.

(6.2) Recurrencia múltiple: reducción a sistemas invertibles, reducción al espacio de Borel, reducción a un sistema ergódico.

(6.3) El principio de correspondencia de Furstenberg.

(6.5) Dos casos particulares: Sistemas de Kronecker y débilmente mezclantes.

(6.4) El Lema de van der Corput.

(6.6) El teorema de Roth.

(6.7) Dicotomía entre extensiones débilmente mezclantes y compactas.

(6.8) Propiedad SZ para extensiones compactas.

(6.9) Cadenas de factores.

(6.9) SZ para extensiones relativamente débilmente mezclantes.

(6.10) Demostración del teorema.

(7.) Aplicaciones de la TE a acciones y fracciones continuas.

(7.1) Temas por decidirse dependiendo de tiempo y audiencia del curso.

Forma de Evaluación: Tareas para la casa (70% en total distribuido en 7 u 8 tareas), un examen final oral (30%).

Bibliografía:

[B06] Vladimir I. Bogachev, "Measure Theory", Vol. I y Vol. II, Springer 2006.

[EW11] Manfred Einsiedler & Thomas Ward, "Ergodic Theory with a view towards Number Theory". Springer 2011.

[HR65] Edwin Hewitt & Karl Stromberg, "Real and Abstract Analysis", Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1965.

Nota. El texto principal del curso es [EW11], los otros dos textos se utilizará esporádicamente para algunos tópicos de medida.

***Si el curso tiene código 3 y 4, por favor explique las diferencias en cuanto a contenido y formas de evaluación.**