

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
OFRECIMIENTOS DE CURSOS ELECTIVOS 202310

Nivel del Curso* 4: posgrado ___ 3: final de carrera ___X_ 2: mitad de carrera ___ 1: inicio de carrera ___	Nombre completo del curso en español: Física en dimensión 2
	Nombre completo del curso en inglés: Physics in two dimensional space.
	Nombre abreviado en español (Máx. 30 caracteres contando espacios) FIS 2D
	Profesor: Jean Carlos Cortissoz Iriarte
Descripción del curso en español: <p>La percepción que tenemos de nuestro entorno nos ha llevado a concluir que habitamos un espacio de tres dimensiones al cual se puede añadir una más si sumamos a ellas ese flujo de los eventos al que llamamos tiempo. Este entendimiento intuitivo ha sido formalizado para describir nuestro universo como un continuo de cuatro dimensiones (esto si descartamos otras teorías que requieren hasta 11 dimensiones).</p> <p>Sin embargo, podría plantearse una pregunta, no tan ingenua, referente a si nuestra percepción del universo y las leyes que los rigen están inevitablemente atadas a que dicho universo posea tres dimensiones espaciales y una temporal. Hace ya más de un siglo, Edwin Abbott se planteó esta pregunta imaginando cómo sería un universo que sólo tuviese dos dimensiones espaciales. Ocurrirían cosas fantásticas por supuesto, como lo describe en su clásico "Flatland", pero ¿qué hay sobre las leyes más profundas de la física? Por decir algo, ¿cómo sería la propagación de las ondas en un espacio de dos dimensiones, y por ende cómo se propagarían la luz y el sonido en dicho espacio? ¿Qué se simplificaría (o se complicaría) en el estudio de los fluidos incompresibles? ¿Qué acontecería con la gravedad alla Newton y a su correspondiente refinamiento geométrico descubierto por Einstein? ¿Seguiría siendo posible reducir la gravedad a una consecuencia de la curvatura del espacio-tiempo? ¿Qué tipo de partículas podrían existir en este universo de dos dimensiones espaciales? ¿Qué tipo de estadística seguirían: serían posibles sólo fermiones y bosones? En otras palabras, ¿Qué tan relacionadas están el número de dimensiones observables en nuestro Universo con las leyes que se ha descubierto que lo rigen?</p>	

El propósito de este curso es explorar las preguntas planteadas en el párrafo anterior y, en este proceso de exploración, exponer a los estudiantes las matemáticas relevantes para responder, parcialmente en algunos casos, a dichas preguntas. Sería esta exploración un viaje transversal, donde se necesitaría aprender Geometría Diferencial y Lorentziana, análisis de ecuaciones en derivadas parciales (incluyendo esa parafernalia de espacios usados para medir la regularidad de sus soluciones), Mecánica de Fluidos, y algo de Teoría de Representaciones.

El curso consistirá de cuatro módulos (que con el calendario actual da para cuatro semanas -ocho clases- por módulo). Estos módulos son

- Módulo 1: Fluidos incompresibles y la Ecuación de Navier-Stokes.
- Módulo 2: La propagación de la luz y el sonido: la Ecuación de Onda.
- Módulo 3: Relatividad General en $(2+1)$ -dimensiones, con un corto trasegar por la gravedad Newtoniana (en 2 dimensiones).
- Módulo 4: Fermiones, Bosones y Anyones (con una corta introducción a la mecánica estadística).

Descripción del curso en inglés:

Prerrequisitos:

Topología y Álgebra Abstracta 1

Objetivos:

El objetivo principal es exponer a los estudiantes a diferentes áreas de las matemáticas y su uso en la descripción de fenómenos físicos. La idea es también exponerlos a ideas de la física moderna a través del estudio de algunas de sus teorías planteadas en espacios de dimensión 2. Se quiere que el estudiante tenga una exposición transversal a las matemáticas donde se note también que hay un hilo natural que las une, que hay problemas aún en los fundamentos, esto último tratando de contraponerse a la sobreespecialización natural a la que conlleva la profundización del conocimiento en un área específica.

Contenido:

- **Módulo 1:** Transformada de Fourier en el Toro. Derivadas débiles. Espacios de Sobolev. Necesidad del concepto de solución débil en mecánica. Deducción de la ecuación de Navier-Stokes. Soluciones débiles de la ecuación de Navier-Stokes (con una incursión por la deducción variacional de las ecuaciones de Euler). Regularidad de las soluciones débiles para la Ecuación de Navier-Stokes en dimensión 2 con condición de borde periódico.
- **Módulo 2:** La ecuación de onda: deducción en diversos contextos (incluidas las ecuaciones de Maxwell) y su solución en 1D con condición de borde de Dirichlet y la solución de d'Alembert. Principio de Huygens. Solución fundamental de la ecuación de Onda en dimensiones pares e impares y sus diferencias: consecuencias sobre la física de la propagación de las ondas.
- **Módulo 3:** Teorema de Bertrand sobre potenciales con órbitas cerradas. Gravedad de Newton en dimensión 2 y 3. Introducción a la geometría Lorentziana. Fuerzas inerciales y geometría. Las ecuaciones de Einstein en (2+1) y sus consecuencias físicas.
- **Módulo 4:** La Integral de Wiener. La Integral de Feynman. El núcleo de calor a partir de integrales de camino. Grupo de Homotopía. Funciones de Onda posibles a partir de la integral de Feynman en 3D espaciales: fermiones y bosones. La mecánica estadística de los fermiones y los bosones. Una nueva posibilidad en 2D: anyones.

Forma de Evaluación:

Un proyecto-tarea por módulo (25% c/u podrá dividirse en entregas).

Bibliografía:

- E. Abbott. Flatland.
- N. L. Balazs. Wave Propagation in Even and Odd Dimensional Spaces. Proc. Phys. Soc. A 68 521 (1955).
- J. Richard Gott, III and Mark Alpert. General Relativity in a (2+1)-Dimensional Space-Time. General Relativity and Gravitation, Vol. 16, No 3, 1984.
- J. Cortissoz. Some Elementary Estimates for the Navier-Stokes System. Proc. Amer. Math. Soc. Vol 137 No 10, 3343-3353, 2009.
- F. Wilczek. Quantum Mechanics of Fractional Spin Particles. Phys. Rev. Lett. Vol 49 No 14, 958-959, 1982.
- J. Cortissoz. Notas de Clase.
- R. Feynman and A. Hibbs. Quantum Mechanics and Path Integrals. Dover Publications Inc.



Mineola, NY.

- Th. Parker. Geodesics and approximate heat kernels. Preprint.

***Si el curso tiene código 3 y 4, por favor explique las diferencias en cuanto a contenido y formas de evaluación.**