

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**  
**OFRECIMIENTOS DE CURSOS ELECTIVOS**  
**2022-20**

<p><b>Nivel del Curso*</b></p> <p>3: final de carrera MATE 3302 (ya tiene código)</p> <p>3: final de carrera <u>  X  </u></p> <p>2: mitad de carrera <u>    </u></p> <p>1: inicio de carrera <u>    </u></p>	<p><b>Nombre completo del curso en español:</b></p> <p><b>ECUACIONES DE LA FÍSICA MATEMÁTICA (MATE 3302)</b></p>
	<p><b>Nombre completo del curso en inglés:</b></p> <p>EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS</p>
	<p><b>Nombre abreviado en español</b> ECUA. FÍSICA MATEMÁTICA</p>
	<p><b>Profesor:</b> ANDREI GINIATOULLINE</p>
<p><b>Descripción del curso en español:</b></p> <p>El curso tiene como propósito la presentación teórica de las ecuaciones básicas de la Física matemática tales como las ecuaciones de Laplace y Poisson, las ecuaciones de transmisión de calor y de onda, teoremas de existencia y unicidad, problemas de Cauchy y de frontera, métodos aproximados de Galerkin y variacionales, introducción a los espacios de Sobolev, con las respectivas aplicaciones.</p>	
<p><b>Descripción del curso en inglés:</b></p> <p>The aim of the course is a theoretical study of the basics of the equations of mathematical physics such as Laplace and Poisson equations, heat and wave equations, existence and uniqueness theorems, Cauchy and boundary value problems, approximate variational methods and Galerkin algorithms, as well as an introduction to Sobolev spaces and the corresponding applications.</p>	
<p><b>Prerrequisitos:</b></p> <p>MATE 2201 (Análisis 1) <u>y</u> MATE 2301 (Ecuaciones Diferenciales).</p>	
<p><b>Objetivos:</b></p> <p>Presentación teórica de los aspectos fundamentales de las ecuaciones clásicas de la física matemática. Una de las características del curso es la deducción detallada de todos los resultados con demostraciones. El curso tiene un énfasis teórico y es orientado principalmente a los estudiantes de las carreras Matemática y Física, aunque también puede ser útil para los estudiantes de Ingeniería que están</p>	

interesados en una avanzada base teórica.

## Contenido

1. Algunos modelos matemáticos de los procesos físicos. Deducción de las ecuaciones de onda,

de transmisión de calor; el sentido físico de sus condiciones de contorno.

2. Los espacios  $L_p$ ,  $C^\infty$ . Algunos teoremas básicos del análisis funcional: desigualdad de Hölder,

desigualdad de Minkovski. Espacio de Hilbert. El concepto de un funcional, teorema de Riesz

sobre la forma de un funcional lineal en un espacio de Hilbert.

3. El sentido físico de una función generalizada, definición de función  $\delta$  de Dirac. El espacio de

las funciones básicas  $D$  y el espacio de las funciones generalizadas  $D'$ .

4. El espacio de Schwartz  $S$ . La transformada de Fourier para las funciones de  $S$ ,  $L_1(\mathbb{R}^n)$  y

$L_2(\mathbb{R}^n)$ . Solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor con las

funciones iniciales de  $S$ .

5. El espacio de funciones generalizadas  $S'$ . La transformada de Fourier en  $S'$ . El teorema de

convolución de dos funciones  $f(x) \in S$ ,  $g(x) \in C_b$ .

6. Aplicación del teorema de convolución a la solución del problema de Cauchy para la ecuación

de transmisión de calor. Desarrollo del núcleo de Poisson. Propiedades del núcleo de Poisson :

$$G(t, x) \xrightarrow{t \rightarrow 0} \delta(x) .$$

7. Solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor para la

función

inicial continua acotada. El problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor

no homogénea. El principio de Duhamel.

8. El problema de Cauchy para la ecuación de onda. La desigualdad energética y sus corolarios :

la unicidad de la solución y su dependencia continua de los datos iniciales. Solución del proble-

ma para los datos iniciales de  $S$ .

9. Función  $\delta$  concentrada en una esfera, su transformada de Fourier. Teorema de la convolución

de una función de  $S$  con una función generalizada de  $S'$  con soporte compacto.

10. Deducción de la fórmula de Kirchhof para la solución del problema de Cauchy para la ecua-

ción de onda en el caso de tres variables espaciales. Buena determinación del problema de

Cauchy para la ecuación de onda.

11. El principio de Duhamel para la ecuación de onda no homogénea. La función de Green del

problema de Cauchy para la ecuación de onda. Propiedades cualitativas de propagación de

ondas. Velocidad finita de propagación de ondas.

12. Dos métodos diferentes de definir una solución generalizada. Las derivadas generalizadas

y sus propiedades básicas. El espacio de Sobolev  $W_2^1(\Omega)$ , su producto escalar y su com-

pletitud. Definición del espacio  $W_p^1(\Omega)$ .

13. El espacio de Sobolev  $W_2^0(\Omega)$  . Dos normas diferentes en el espacio  $W_2^0(\Omega)$  .

La des-

igualdad de Friedrichs. Las funciones medias y sus propiedades : suavidad infinita,

conver-

gencia en la norma de  $L_p$ , comutatividad de las operaciones de diferenciación y promediación.

14. Propiedades de contorno de las funciones de  $W_2^1(\Omega)$  y de  $W_2^0(\Omega)$ . Un sencillísimo teorema

de inclusión : traza de la función  $u \in W_2^1(\Omega)$  en la frontera  $\partial\Omega$  como elemento de  $L_2(\partial\Omega)$ . La

nulidad en promedio de las funciones de  $W_1^0(\Omega)$  en la frontera  $\partial\Omega$ . Integración por partes

para las funciones de  $W_2^1(\Omega)$  y  $W_2^0(\Omega)$ .

15. La desigualdad de Poincaré. Compacidad de inclusión de un conjunto acotado de  $W_2^1(\Omega)$  en

$L_2(\Omega)$ .

16. Las soluciones generalizadas de los principales problemas de contorno para las ecuaciones

elípticas de segundo orden, teoremas de existencia y unicidad.

17. El método de Galerkin para una aproximada solución generalizada del problema de Dirichlet

para la ecuación de Poisson.

18. El método variacional de solución generalizada de varios problemas de contorno para el pro-

blema de Dirichlet de la ecuación de Poisson.

### Forma de Evaluación:

Un examen parcial oral (lluvia de preguntas): (33%), la nota de participación y presentaciones (33%) y el examen final (34%).



**Bibliografía:**

1. Adams R. A. "Sobolev Spaces". N.Y.-London, Acad. Press, 1975.
2. Hörmander L. "The analysis of Linear Partial Differential Operators", Springer-Verlag,  
Berlin, 1983.
3. Kolmogorov A.N., Fomin S. V. "Eléments de la Théorie des Fonctions et de l'Analyse  
Fonctionnelle", Mir, Moscú, 1977.
4. Courant R., Hilbert D. "Methods of Mathematical Physics", Interscience Publ., N.Y., 1953.
5. Schwartz L. "Théorie des Distributions", Paris, 1951.
6. Giniatoulline A. "Introducción a las Ecuaciones de la Física Matemática" Editorial Uniandes,  
2011.

***\*Si el curso tiene código 3 y 4, por favor explique las diferencias en cuanto a contenido y formas de evaluación.***