

- Información de los profesores

<https://matematicas.uniandes.edu.co/index.php/cartelera/cursos-sem-actual>

---

## MATE 3302 Ecuaciones de la Física Matemática

---

- **Introducción y descripción general del curso**

En la mayoría de los modelos matemáticos de diferentes fenómenos de la naturaleza y la sociedad surgen ecuaciones diferenciales en las cuales la función incógnita depende de varias variables. Naturalmente, estas ecuaciones comprenden ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, que tienen un gran espectro de aplicaciones. Al desarrollo de ellas han aportado todas las ramas de la matemática moderna tales como el cálculo, el álgebra, la geometría, el análisis funcional, la topología, la teoría de variable compleja y, esencialmente, la teoría de los espacios funcionales de dimensión infinita.

Como casi todos los procesos físicos se describen por medio de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, tales ecuaciones se llaman frecuentemente ecuaciones de la Física Matemática. Observemos que las ecuaciones diferenciales parciales describen también fenómenos químicos, biológicos, económicos y otros.

- **Objetivos de la asignatura**

Este curso tiene como objetivo la presentación teórica de las ecuaciones básicas de la física matemática, tales como las ecuaciones de Lagrange y Poisson y las de transmisión de calor y de onda; la deducción de las propiedades cualitativas de sus soluciones por el método de la transformada de Fourier, como también el concepto de una solución generalizada en el sentido de los espacios de Sobolev.

Se introduce el concepto de una solución generalizada y se discuten sus aplicaciones a varios problemas de contorno para la ecuación de Poisson que es una de las ecuaciones más importantes de la Física Matemática.

La existencia y unicidad de las soluciones de la ecuación de Poisson se demuestran por tres métodos diferentes que son: el teorema de Riesz sobre la forma de un funcional lineal continuo en un espacio de Hilbert, el método de Galerkin y el método variacional. Los dos últimos métodos permiten, además, construir un algoritmo explícito de las soluciones aproximadas.

Para la consideración de estos problemas, se introduce el concepto de una función generalizada y se estudian sus propiedades más importantes.

La teoría de las funciones generalizadas es una parte importante del Análisis que extiende el concepto de una función a los funcionales lineales continuos actuando sobre un espacio determinado de funciones básicas.

El desarrollo rápido de las funciones generalizadas fue estimulado por las exigencias de la física, en particular, de la física cuántica y la teoría de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Actualmente, la teoría de las funciones generalizadas está muy desarrollada y es una herramienta diaria de un matemático, un físico o un ingeniero.

Este curso tiene un énfasis teórico, orientado principalmente a los estudiantes de la carrera matemática, que también puede ser útil para los físicos e ingenieros que estén interesados en una avanzada base teórica. Una de las características de este curso es la deducción detallada de todos los resultados con demostraciones y su metodología orientada hacia un curso de un semestre de duración.

### • Temática del curso

Deducción de las ecuaciones de calor y de onda, el sentido físico de las condiciones de contorno. Algunos teoremas básicos del análisis funcional, las desigualdades de Hölder y Minkovsky. Los espacios de Hilbert, el concepto de un funcional lineal, el teorema de Riesz. Funciones generalizadas, la función delta de Dirac, el espacio  $D$  y  $D'$ . El espacio de Schwartz  $S$  y  $S'$ , la transformada de Fourier, teorema de convolución. Solución del problema de Cauchy para la ecuación de calor para los datos iniciales en  $S$  y en  $C$ , el núcleo de Poisson y el principio de Duhamel. La función delta concentrada en una esfera, la fórmula de Kirchhof. Derivadas generalizadas (débiles), sus propiedades. Introducción a los espacios de Sobolev, la desigualdad de Poincaré. Solución de varios problemas de contorno en los espacios de Sobolev. El método de Galerkin y el método variacional para la solución aproximada generalizada en los espacios de Sobolev.

### Cronograma.

1	Agosto	10.08-15.08. Algunos modelos matemáticos de los procesos físicos. Deducción de las ecuaciones de onda, de transmisión de calor; el sentido físico de sus condiciones de contorno. Los espacios $L_p$ , $C^\infty$ . Algunos teoremas básicos del análisis funcional: desigualdad de Hölder, desigualdad de Minkovski. Espacio de Hilbert. El concepto de un funcional, teorema de Riesz sobre la forma de un funcional lineal en un espacio de Hilbert.
2	Agosto	18.08-22.08. El sentido físico de una función generalizada, definición de función $\delta$ de Dirac. El espacio de las funciones básicas $D$ y el espacio de las funciones generalizadas $D'$ .
3	Agosto	24.08-29.08. El espacio de Schwartz $S$ . La transformada de Fourier para las funciones de $S$ , $L_1(\mathbb{R}^n)$ y $L_2(\mathbb{R}^n)$ . Solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor con las funciones iniciales de $S$ .
4	Septiembre	01.09-05.09 El espacio de funciones generalizadas $S'$ . La transformada de Fourier en $S'$ .

		El teorema de convolución de dos funciones $f(x) \in S$ , $g(x) \in C_b$ .
5	Septiembre	07.09-12.09. Aplicación del teorema de convolución a la solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor. Desarrollo del núcleo de Poisson. Propiedades del núcleo de Poisson : $G(t, x) \xrightarrow{t \rightarrow 0} \delta(x)$ .
6	Septiembre	14.09-19.09 Solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor para la función inicial continua acotada. El problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor no homogénea. El principio de Duhamel.
7	Septiembre	21.09-26.09 El problema de Cauchy para la ecuación de onda. La desigualdad energética y sus corolarios : la unicidad de la solución y su dependencia continua de los datos iniciales. Solución del problema para los datos iniciales de $S$ .
8	Sept./Octubre	28.09-03.10 Función $\delta$ concentrada en una esfera, su transformada de Fourier. Teorema de la convolución de una función de $S$ con una función generalizada de $S'$ con soporte compacto.
	Octubre	05.10-10.10 SEMANA DE RECESO
9	Octubre	13.10-17.10 Deducción de la fórmula de Kirchhof para la solución del problema de Cauchy para la ecuación de onda en el caso de tres variables espaciales. Buena determinación del problema de Cauchy para la ecuación de onda.
10	Octubre	19.10-24.10 El principio de Duhamel para la ecuación de onda no homogénea. La función de Green del problema de Cauchy para la ecuación de onda. Propiedades cualitativas de propagación de ondas. Velocidad finita de propagación de ondas.
11	Octubre	26.10-31.10 Dos métodos diferentes de definir una solución generalizada. Las derivadas generalizadas y sus propiedades básicas. El espacio de Sobolev $W_2^1(\Omega)$ , su producto escalar y su completitud. Definición del espacio $W_p^1(\Omega)$ .
12	Noviembre	03.11-07.11 El espacio de Sobolev $W_2^1(\Omega)$ . Dos normas diferentes en el espacio $W_2^1(\Omega)$ . La desigualdad de Friedrichs. Las funciones medias y sus propiedades : suavidad infinita, convergencia en la norma de $L_p$ , comutatividad de las operaciones de diferenciación y promediación.
13	Noviembre	09.11-14.11 Propiedades de contorno de las funciones de $W_2^1(\Omega)$ y de $W_2^1(\Omega)$ . Un sencillísimo teorema de inclusión : traza de la función $u \in W_2^1(\Omega)$ en la frontera $\partial\Omega$ como elemento de $L_2(\partial\Omega)$ . La nulidad en promedio de las funciones de $W_1^2(\Omega)$ en la

		frontera $\partial\Omega$ . Integración por partes para las funciones de $W_2^1(\Omega)$ y $W_2^0(\Omega)$ .
14	Noviembre	17.11-21.11 La desigualdad de Poincaré. Compacidad de inclusión de un conjunto acotado de $W_2^1(\Omega)$ en $L_2(\Omega)$ .
15	Noviembre	23.11-28.11 Las soluciones generalizadas de los principales problemas de contorno para las ecuaciones elípticas de segundo orden, teoremas de existencia y unicidad.
16	Nov./Diciembre	30.11-05.12 El método variacional de solución generalizada de varios problemas de contorno para el problema de Dirichlet de la ecuación de Poisson.

**EXAMENES FINALES: 07 de Diciembre a 17 de Diciembre.**

**ÚLTIMO DÍA PARA INFORMAR EL 30%: Octubre**

**ÚLTIMO DÍA DE RETIROS: 24 de Diciembre**

\*Recuerde el juramento del uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".

*\*Tenga en cuenta que es derecho de todo estudiante en Uniandes:*

1. Que su profesor llegue a tiempo a clase.
2. Recibir los resultados de sus evaluaciones a más tardar 10 días hábiles después de realizadas.
3. Ser tratado respetuosamente por su profesor.
4. etc., etc.

*Le queremos pedir el favor de que si siente que alguno de estos derechos están siendo violados nos escriba una carta Maricarmen Martínez Baldares, Directora Departamento de Matemáticas, Edificio H primer piso.*

*o ingrese a <http://matematicas.uniandes.edu.co> en Opiniones al Director para exponer su caso.*

### • Metodología

Un examen parcial oral (lluvia de preguntas): (33%), la nota de participación: (33%) y el examen final: (34%).

Los estudiantes deben estudiar la teoría de un texto y exponen la teoría. Estilo seminario, los puntos difíciles, las preguntas y el material adicional, se discuten en clase.

### • Bibliografía

1. Adams R. A. "Sobolev Spaces". N.Y.-London, Acad. Press, 1975.
2. Hörmander L. "The analysis of Linear Partial Differential Operators", Springer-Verlag, Berlin, 1983.
3. Kolmogorov A.N., Fomin S. V. "Eléments de la Théorie des Fonctions et de l'Analyse Fonctionnelle", Mir, Moscú, 1977.

4. Courant R., Hilbert D. "Methods of Mathematical Physics", Interscience Publ., N.Y., 1953.
5. Schwartz L. "Théorie des Distributions", Paris, 1951.
6. Giniatouline A. "Introducción a las Ecuaciones de la Física Matemática" Editorial Uniandes, 2011.

▪ **Reclamos**

Si hay inconformidad por la nota asignada en una prueba, el estudiante deberá presentar su reclamo por escrito dentro del tiempo estipulado en el RGEPr (ver pág. 11).

▪ **Política de aproximación de notas**

Las notas desde 2.85 hasta 2.99 se aproximarán a 3.00.

## RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en la elaboración de los programas de los cursos:

• **Asistencia a clase:**

Los profesores iniciarán sus cursos desde el primer día del semestre académico, con la finalidad de garantizarles a los estudiantes el derecho a beneficiarse activa y plenamente del proceso educativo (Art. 40 RGEPr).

Las clases de la Universidad deben empezar a la hora en punto o a la media hora, y terminar diez minutos antes de la hora en punto o de la media hora (Art. 41 RGEPr).

• **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación, así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 42 y 43 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha de ésta. De acuerdo con el parágrafo del artículo 45 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- a. Incapacidades médicas.
- b. Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- c. Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.
- d. Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- e. Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.

f. Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo.

El profesor podrá tener en cuenta otras circunstancias que a su criterio puedan justificar la ausencia del estudiante.

La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

- **Salidas de campo:**

Las salidas de campo de los estudiantes de la Universidad, programadas fuera de Bogotá, no son de carácter obligatorio. En caso de que algunos estudiantes no puedan cumplir con esta actividad, deberán informar las razones al profesor respectivo y acordar con él la realización de trabajos supletorios (Art. 46 RGEPr).

- **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones. En los cursos de la escuela de verano el profesor podrá practicar una sola evaluación con un valor equivalente al 100% de la materia (Art. 47 y parágrafo Art. 48 RGEPr).
- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado, los cursos con formato de taller y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso.
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.
- Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, el estudiante podrá justificar su ausencia ante el profesor dentro de un término no superior a (8) días hábiles siguientes a la realización de la prueba. Justificada la inasistencia el profesor deberá indicarle al estudiante la nueva fecha y hora en que le realizará el examen, dentro de las dos (2) semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada.
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.
- Los profesores tendrán autonomía para establecer sus propios criterios de aproximación de notas definitivas, pero deberán siempre informarlo en el programa del curso, el primer día de clase.
- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración de las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.

- **Entrega de calificaciones:**
  - Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 68 RGEPr).
  - Al menos el 30% de las calificaciones debe ser publicado en el sistema banner, a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 69 RGEPr).
  - Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 70 RGEPr).
- **Notas especiales:**
  - *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 57 RGEPr).
  - *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 58 RGEPr).
  - *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por razones de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo determinado por la Dirección de Admisiones y Registro. La nota 'P' deberá reemplazarse a más tardar un mes después de terminado el semestre académico o quince (15) días después de terminado el periodo intersemestral (Art. 59 y Art. 60 RGEPr).
  - *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esa nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 61 y parágrafo 1 Art. 115 RGEPr).
  - *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 63 RGEPr).
- **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los cuatro (4) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con cinco (5) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los cuatro (4) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 64 y 65 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento

en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 66 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio de notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador de pregrado del programa al que pertenece la materia (Art. 67 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 115 RGEPr) o de una falta disciplinaria (Art. 116 y 117 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar al secretario del Comité Disciplinario de la facultad a la que pertenece el estudiante, mediante comunicación escrita que exprese de manera clara y sucinta los hechos. Se adjuntarán las pruebas correspondientes. (Art. 129 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomó el Comité (Art. 130 – 146 RGEPr).
- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
- Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.
- A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
- La actividad académica en la que se presume la comisión de un fraude académico deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 61 RGEPr). Es

indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.

- Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (Art. 129 y parágrafo 2 Art. 129 RGEPr).

- **Canales de ayuda para estudiantes y profesores:**

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Decanatura de Estudiantes, la Secretaría General de la Universidad y la Oficina del Ombudsperson para consultar sobre asuntos académicos o administrativos según corresponda.

- **Ajustes razonables**

Según el Art.2 de la Convención sobre los Derechos de las personas con discapacidad de la ONU, se entiende por ajustes razonables "las modificaciones y adaptaciones necesarias y adecuadas que no impongan una carga desproporcionada o indebida, cuando se requieran en un caso particular, para garantizar a las personas con discapacidad el goce o ejercicio, en igualdad de condiciones con las demás, de todos los derechos humanos y libertades fundamentales". Por lo tanto, siéntase en libertad de informar a su profesor lo antes posible si tiene alguna condición o situación de discapacidad, visible o invisible, y requiere de algún tipo de apoyo o ajuste para estar en igualdad de condiciones con los demás estudiantes. En caso dado, por favor justifique su solicitud con un certificado médico o constancia de su situación. Así mismo, lo invitamos a buscar asesoría y apoyo en la dirección de su programa, en la decanatura de Estudiantes (Bloque Ñf, ext.2330, <http://centrodeconsejeria.uniandes.edu.co>) o en el Programa de Acción por la Igualdad y la Inclusión Social (PAIS) de la Facultad de Derecho ([paiis@uniandes.edu.co](mailto:paiis@uniandes.edu.co)).

- **Momentos difíciles**

Todas las personas pueden pasar por un momento difícil que de alguna manera pueda afectar nuestra vida en la Universidad. Pueden ser problemas en casa, con la pareja, etc. Si usted siente que está pasando por un momento complicado, sin importar el motivo, siéntase con la tranquilidad de hablar con el profesor para pedir tiempo o apoyo. Ningún trabajo o entrega puede sobrepasar su salud mental y física.

- **Respeto por la diversidad**

Los valores de inclusión y respeto por la diversidad son fundamentales para nuestra labor. En esta comunidad consideramos inaceptable cualquier situación de acoso, discriminación, matoneo, y/o amenaza. Si alguno de los miembros de esta comunidad siente que está pasando por alguna de estas situaciones o sabe de alguien a quien esto le puede estar pasando puede denunciar su ocurrencia y buscar orientación y apoyo ante alguna de las siguientes instancias:

- el equipo pedagógico del curso o la dirección del programa,
- la Decanatura de Estudiantes (DECA),
- la Ombudsperson ([ombudsperson@uniandes.edu.co](mailto:ombudsperson@uniandes.edu.co)).
- el Comité MAAD (Maltrato, Acoso, Amenaza y Discriminación) ([lineamaad@uniandes.edu.co](mailto:lineamaad@uniandes.edu.co), <https://secretariageneral.uniandes.edu.co/index.php/es/inicio-es/14-noticias/128>).

También puede acudir a los representantes estudiantiles (CEU) y/o a los grupos estudiantiles que pueden prestarle apoyo y acompañamiento: No Es Normal ([derechoygenero@uniandes.edu.co](mailto:derechoygenero@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/noesnormaluniandes/?fref=ts>); Pares de Acompañamiento Contra el Acoso ([paca@uniandes.edu.co](mailto:paca@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/PACA-1475960596003814/?fref=ts>). Además, en clase usted podrá solicitar ser identificado con el nombre y los pronombres que usted prefiera, estos pueden coincidir o no con su nombre legal registrado en banner. No obstante, para firmar en listas de asistencia y marcar hojas de exámenes, debe usar su nombre legal.