

INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN GESTIÓN FINANCIERA VERSIÓN 2020-2 MATE-2714

▽ Información del profesor:

Rene Meziat, rmeziat@uniandes.edu.co, extensión 3364, oficina H008.

▽ Introducción y descripción general del curso

Este curso es una primera exposición al estudiante con tres familias de modelos matemáticos utilizadas en gestión financiera: ellas son los elementos de optimización lineal y cuadrática que respaldan la teoría de la cartera de Markowitz y la definición de portafolios a través del criterio de mínima varianza, así como la teoría clásica de capitales de Sharpe. Luego se ven las herramientas de cálculo estocástico, procesos estocásticos y ecuaciones en derivadas parciales que soportan la propuesta de Black y Scholes para valorar instrumentos derivados como opciones europeas entre otras. Finalmente, se ven los modelos de árboles binomiales para establecer, con herramientas de probabilidad, los conceptos de Martingalas y Procesos de Markov, para con ellos dar un marco de análisis para la evolución de precios de activos y sentar las bases para modelar otras series financieras como tasas de interés, por ejemplo.

▽ Objetivos de la asignatura

El curso tiene por objetivos comprender las bases conceptuales y teóricas de las tres grandes familias de modelos matemáticos utilizadas en actividades de gestión financiera, saberlas aplicar a las tareas específicas de modelación financiera, como son: el diseño de portafolios de mínima varianza, la valoración de opciones europeas a través de ecuaciones estocásticas y la valoración de opciones americanas empleando modelos de árboles binomiales.

▽ Competencias a desarrollar

En la primera parte del curso el estudiante tomará los conceptos básicos de la optimización lineal y no lineal para ponerlos al servicio del diseño de portafolios óptimos a través del criterio de mínima varianza. En esta tarea tomará contacto con las medidas básicas de riesgo y su presentación cuantitativa como medidas de dispersión, tomará contacto con las curvas de eficiencia llamadas en este caso *fronteras eficientes* y podrá tener una comprensión de la propuesta de Sharpe para el análisis del comportamiento de activos desde la perspectiva del diseño y la optimización de portafolios eficientes. Toda la exposición desde un comienzo se hace en el contexto de ideas y herramientas de tipo financiero. La metodología es axiomática y

propositiva de manera que se van estableciendo definiciones y conceptos que se aplican de inmediato. El alumno se enfrenta a situaciones de carácter teórico, conceptual y argumentativo, pero además se enfrenta con la aplicación concreta de la teoría a través de problemas aplicados utilizando datos reales, herramientas de cálculo y preguntas concretas tomadas de entornos reales.

En la segunda parte del curso, el estudiante adquiere los conceptos básicos operativos del cálculo estocástico, la motivación y la forma de utilizar ecuaciones diferenciales estocásticas simples basadas en procesos de Wiener, además de enfrentarse a algunos desarrollos conceptuales y argumentativos que conducen al lema de Ito y otras conclusiones relevantes de esta amplia teoría. Muy pronto se expone al estudiante con el modelo de Black – Scholes para representar el comportamiento de precios de distintos activos bajo las hipótesis que soportan este modelo. En este contexto el estudiante se expone a tareas de simulación donde el modelo se utiliza para proyectar y visualizar el comportamiento de diferentes activos en tiempos futuros, pero además se expone al estudiante al uso y fundamentación del modelo en la valoración de instrumentos financieros derivados, muy especialmente el caso de opciones europeas. Para culminar esta parte, el estudiante se entrena en los elementos básicos de ecuaciones diferenciales parciales, explicados a la medida de las particularidades de los problemas de valoración de opciones de tipo europeo en sus presentaciones *put* y *call*. El estudiante debe resolver por sí mismo y con las herramientas de cómputo apropiadas, ejercicios concretos de valoración de instrumentos derivados: el caso de las opciones europeas.

En la tercera parte del curso, con herramientas tomadas de un primer curso de probabilidad, el estudiante se entrena en la presentación conceptual y el diseño cuantitativo de árboles binomiales, como una herramienta de trabajo para entender el comportamiento en forma discreta, de la evolución en el tiempo de los precios de diferentes activos financieros. En esta presentación, el estudiante adquiere conceptos fundamentales en matemáticas financieras como son Martingalas y Procesos de Markov. Se establecen algunos conceptos base como los *procesos adaptados* y los *tiempos de parada*, luego con ellos, se presentan los métodos precisos para valorar opciones de tipo americano. Se presenta la forma de utilizar estos modelos para representar el comportamiento de tasas de interés.

▽ **Contenido de la asignatura**

**PRIMERA PARTE:
PORTAFOLIOS ÓPTIMOS Y TEORÍA DE MERCADO DE CAPITALES**

- + Conjuntos convexos y programación lineal.
- + Funciones convexas y programación no lineal.
- + Teoremas de Lagrange y Kuhn Tucker.
- + Portafolios óptimos y su frontera eficiente.
- + Teoría de mercado de capitales.
- + Estimación de Fronteras Eficientes.

**SEGUNDA PARTE:
CÁLCULO ESTOCÁSTICO Y VALORACIÓN DE DERIVADOS**

- + Introducción a los derivados e Introducción al cálculo estocástico.
- + Formula de Ito y sus aplicaciones.
- + Movimiento Browniano Geométrico y Procesos de Wiener.
- + Planteamiento de las ecuaciones de Black-Scholes.
- + Fundamentos de Ecuaciones en Derivadas Parciales.
- + Ecuación del calor y sus funciones de Green.
- + Métodos en diferencias finitas para EDP's.
- + Opciones y otros instrumentos financieros.
- + Valoración de Opciones con los Métodos Propuestos.

TERCERA PARTE:
VALORACIÓN DE ACTIVOS MEDIANTE EL MODELO BINOMIAL

- + Modelo de Árbol Binomial.
- + Martingalas y Procesos de Markov.
- + Representación de Tiempos de Parada.
- + Aplicación a las Opciones Americanas.
- + Modelos de tasas de interés.

Semana No.	Mes y Fecha	CONTENIDO Y ACTIVIDADES POR SEMANAS DE FORMA TENTATIVA
1	Agosto 10	<i>CONJUNTOS CONVEXOS Y PROGRAMACIÓN LINEAL FUNCIONES CONVEXAS Y PROGRAMACIÓN NO LINEAL</i>
2	Agosto 17	<i>TEOREMAS DE LAGRANGE Y KUHN TUCKER PORTAFOLIOS ÓPTIMOS Y SU FRONTERA EFICIENTE</i>
3	Agosto 24	<i>TEORÍA DE MERCADO DE CAPITALAS</i>
4	Agosto 31	<i>ESTIMACIÓN DE FRONTERAS EFICIENTES -PARCIAL I-</i>
5	Septiembre 7	<i>INTRODUCCIÓN A LOS DERIVADOS E INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO ESTOCÁSTICO</i>
6	Septiembre 14	<i>FORMULA DE ITO Y SUS APLICACIONES. MOVIMIENTO BROWNIANO GEOMÉTRICO Y PROCESOS DE WIENER.</i>
7	Septiembre 21	<i>PLANTEAMIENTO DE LAS ECUACIONES DE BLACK-SCHOLES</i>
8	Septiembre 28	<i>FUNDAMENTOS DE ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES -ENTREGA DEL PROYECTO I-</i>

10	Octubre 12	<i>ECUACIÓN DEL CALOR Y SUS FUNCIONES DE GREEN</i>
11	Octubre 19	<i>MÉTODOS EN DIFERENCIAS FINITAS PARA EDP'S</i>
12	Octubre 26	<i>OPCIONES Y OTROS INSTRUMENTOS FINANCIEROS.</i>
13	Noviembre 2	<i>VALORACIÓN DE OPCIONES CON LOS MÉTODOS PROPUESTOS -PARCIAL 2 Y ENTREGA DEL PROYECTO 2-</i>
14	Noviembre 9	<i>MODELO DE ÁRBOL BINOMIAL</i>
15	Noviembre 16	<i>MARTINGALAS Y PROCESOS DE MARKOV</i>
16	Noviembre 23	<i>MODELOS DE TASAS DE INTERÉS.</i>
17	Noviembre 30	<i>- APLICACIÓN A LAS OPCIONES AMERICANAS</i>

18	Diciembre 7 a 17	<i>EXÁMENES FINALES</i>
----	---------------------	-------------------------

▽ Metodología

El estudiante debe leer de forma autónoma, independiente y oportuna (con antelación) las referencias que vinculan con la temática de la clase y que están claramente identificadas en el programa aquí presentado. El estudiante puede escoger las lecturas más hacia la vertiente formal, conceptual y teórica, o escoger las lecturas hacia una vertiente más práctica y aplicada, completamente a su criterio. El estudiante deberá enfrentarse individualmente a pruebas parciales de tipo teórico, donde se le harán preguntas de tipo conceptual y argumentativo, pero también debe realizar trabajos aplicados, donde tendrá que implementar la teoría estudiada sobre casos reales específicos, normalmente con herramientas de tipo informático como hojas de cálculo, o programas especializados en estadística y matemáticas. El estudiante podrá elegir a completa voluntad las herramientas computacionales en sus trabajos.

▽ Criterios de evaluación y aspectos académicos

La materia se evaluará de la siguiente manera:

Dos parciales de un 20% cada uno.

Dos proyectos de un 20% cada uno.

Un examen final de un 20%. Este se aplicará en la última clase de la materia.

Nota: el día cuando la Universidad exige el 30% de la nota, esta materia tendrá listo el 40% correspondiente al parcial 1 y al proyecto 1.

▽ Bibliografía

Nota sobre la bibliografía: Los temas estudiados son temas de una gran acogida y enorme interés desde los años 60, pero con una aún mayor acogida a partir de los años 90, hay una enorme bibliografía para leerlos en muchos idiomas, además de recursos audiovisuales y ayudas de internet muy variadas, a disposición de los interesados, en muchos lugares académicos y profesionales alrededor del mundo. La Universidad cuenta con una rica gama de libros y ayudas audiovisuales en sus colecciones físicas y electrónicas. Pero muy especialmente, los temas vistos en el curso se explican y se enseñan esencialmente desde dos perspectivas diferentes: la perspectiva práctica y aplicada, usualmente respaldadas por comunidades de ingenieros, economistas y administradores y la perspectiva fundamental, usualmente respaldadas por matemáticos, físicos, estadísticos y algunos economistas.

El profesor, todos los semestres, puede asignar nuevos materiales e invitar a realizar lecturas complementarias adicionales o en reemplazo de algunas de las que se listan aquí.

El profesor invita a los estudiantes a que usen las fuentes con las que se identifican, les facilitan el aprendizaje y responden a sus intereses. Eso sí, de una forma metódica y ordenada en atención al tiempo disponible, porque el material es inmenso. Algunos textos conectados directamente con el programa y con las exposiciones del profesor, tanto en la vertiente aplicada como en la teórica, son:

- Capinski, Marek, Mathematics for finance: an introduction to financial engineering, New York, Springer, 2003.
- P. Wilmott-a, The Mathematics of Financial Derivatives, Cambridge , 1995.
- P. Wilmott-b, Paul Wilmott on Quantitative Finance, vol 1 & 2, John Wiley and Sons, 2000.
- J.C.Hull, Options, Futures and other Derivatives, Prentice Hall, 2000.
- S. Benninga, Financial Modeling, MIT Press, 2000.
- S.E. Shreve, Stochastic Calculus for Finance 1, Springer, 2004.
- W. Sharpe, Portfolio and Capital Markets, McGraw Hill, 2000.

RÉGIMEN ACADÉMICO Y BIENESTAR INSTITUCIONAL

Para todas las actividades de la clase se seguirán con estricta atención la normativa del reglamento de estudiantes de la Universidad de los Andes y demás disposiciones. Por favor leerlas a cabalidad antes de empezar las actividades del semestre. El profesor invita a que los estudiantes hagan uso intensivo de todas las instalaciones, mecanismos, personal y oficinas de la universidad dedicadas al bienestar y la convivencia, cuyas formas de acceso están claramente descritas y disponibles en las fuentes electrónicas de la universidad para todos los estudiantes.

La materia puede contar con un monitor, quien ha tomado ya el curso con excelente desempeño, cuya principal función es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Asimismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

Como lo pide el reglamento el profesor debe indicar en este documento la forma como aproximará sus notas, entonces para esta materia el profesor dispone que las notas que se encuentren bajo 2.90 no serán aproximadas a ningún valor, las notas entre 2.90 y 2.99 se aproximarán a 3.0. No hay más aproximaciones.

VIRTUALIDAD Y SITUACIÓN EXCEPCIONAL EN MATERIA DE SALUD

Este semestre la clase es completamente virtual en forma de sesiones sincrónicas a través de la plataforma Sicua los lunes, miércoles y viernes de 10 am a 11:15 am. Todas las lecturas y actividades, así como las evaluaciones se propondrán a través de la plataforma Sicua de la materia.

Como estamos en emergencia de salud, se le invita a cuidarse en casa e informar oportunamente de las dificultades que pueda tener para avanzar en esta materia, el profesor pondrá un interés en ayudarlo y facilitarle las condiciones de estudio en esta materia. Asimismo, se espera de usted un comportamiento solidario y responsable hacia los miembros de la universidad.