

- Información de los profesores

<https://matematicas.uniandes.edu.co/index.php/cartelera/cursos-sem-actual>

---

## MATE 4331 Teoría Espectral de Operadores Auto-adjuntos

---

- **Introducción y descripción general del curso**

El curso es una sencilla y autosuficiente introducción a la teoría espectral de los operadores diferenciales elípticos de segundo orden que se encuentran en la descripción de la mayoría de procesos en la física y la ingeniería.

Como un campo de estudio muy rico y extenso, la teoría espectral se ha estudiado desde varios aspectos: teoría de Sturm-Liouville, teoría de Fredholm, separación de variables, transformadas de Fourier y de Laplace, teoría de perturbaciones, descomposiciones en funciones propias, etc. En el curso se estudiarán las técnicas básicas de todos estos métodos.

- **Objetivos de la asignatura**

Este curso tiene como propósito la presentación teórica de los aspectos fundamentales de la teoría espectral de los operadores lineales auto-adjuntos. Una de las características del curso es la deducción detallada de todos los resultados con demostraciones. El curso tiene un énfasis teórico y es orientado principalmente a los estudiantes de la carrera matemática de posgrado y doctorado, aunque también puede ser útil para los estudiantes avanzados de física.

- **Temática del curso**

Funcionales lineales en los espacios de Hilbert,  $L_p$  y  $C$ . Compacidad débil y fuerte en  $L_p$ . Operadores compactos. Operadores de Sturm-Liouville. Ecuaciones de Fredholm. La transformada de Fourier. Derivadas parciales débiles. Espacios funcionales de Sobolev. Descomposición de un operador lineal auto-adjunto en una medida integral de Stieltjes. El espectro puntual, continuo y esencial.

### Cronograma.

Semana No.	Mes	
1	Enero	20.01-24.01 Criterios de compacidad en varios espacios funcionales: $C$ (teorema de Arzelá-Ascoli), $L_p$ (compacidad débil y fuerte), espacios de Banach con base, teorema de $\varepsilon$ -red finita.

2	Enero	27.01-31.01 Criterios de compacidad en varios espacios funcionales: $C$ (teorema de Arzelá-Ascoli), $L_p$ (compacidad débil y fuerte), espacios de Banach con base, teorema de $\varepsilon$ -red finita.
3	Febrero	03.02-07.02 Operadores compactos auto-adjuntos en los espacios de Hilbert, su semejanza con las matrices simétricas: teorema de Hilbert-Schmidt.
4	Febrero	10.02-14.02 Operadores compactos auto-adjuntos en los espacios de Hilbert, su semejanza con las matrices simétricas: teorema de Hilbert-Schmidt.
5	Febrero	17.02-21.02 Operadores compactos en los espacios de Hilbert, teoremas de Fredholm para las ecuaciones funcionales $\varphi = K\varphi + f$ , sus aplicaciones para las ecuaciones integrales con núcleos no-singulares.
6	Febrero	24.02-28.02 Operadores compactos en los espacios de Hilbert, teoremas de Fredholm para las ecuaciones funcionales $\varphi = K\varphi + f$ , sus aplicaciones para las ecuaciones integrales con núcleos no-singulares.
7	Marzo	02.03-06.03 Representación integral de los operadores auto-adjuntos y de las funciones de esos operadores, como descomposición en la medida espectral.
8	Marzo	09.03-13.03 Representación integral de los operadores auto-adjuntos y de las funciones de esos operadores, como descomposición en la medida espectral.
	Marzo	16.03-20.03 SEMANA DE RECESO
9	Marzo	24.03-27.03 El espectro y el espectro esencial de los operadores auto-adjuntos.
10	Marzo-Abril	30.03-03.04 El espectro y el espectro esencial de los operadores auto-adjuntos.
	Abril	06.04-10.04 SEMANA SANTA
11	Abril	13.04-17.04 Representación integral explícita del laplaciano actuando en el espacio de Sobolev $W_2^2(\mathbb{R}^n)$ , forma explícita de los proyectores sobre los subespacios invariantes del laplaciano.
12	Abril	20.04-24.04 Representación integral explícita del laplaciano actuando en el espacio de Sobolev $W_2^2(\mathbb{R}^n)$ , forma explícita de los proyectores sobre los subespacios invariantes del laplaciano.
13	Abril	27.04-30.04 Clasificación del espectro del laplaciano (puntual, continuo, esencial, residual)

		actuando en los espacios de Sobolev $W_p^2(R^n)$ , como función de p.
14	Mayo	04.05-08.05 Clasificación del espectro del laplaciano (puntual, continuo, esencial, residual) actuando en los espacios de Sobolev $W_p^2(R^n)$ , como función de p.
15	Mayo	11.05-15.05 Algunas aplicaciones de la teoría espectral a los problemas de unicidad de la hidrodinámica matemática.
16	Mayo	18.05-22.05 Algunas aplicaciones de la teoría espectral a los problemas de unicidad de la hidrodinámica matemática.

**EXAMENES FINALES: 26 de Mayo a 04 de Junio.**

**ÚLTIMO DÍA PARA INFORMAR EL 30% : 13 de Marzo**

**ÚLTIMO DÍA DE RETIROS : 27 de Marzo**

\*Recuerde el juramento del uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".

*\*Tenga en cuenta que es derecho de todo estudiante en Uniandes:*

1. Que su profesor llegue a tiempo a clase.
2. Recibir los resultados de sus evaluaciones a más tardar 10 días hábiles después de realizadas.
3. Ser tratado respetuosamente por su profesor.
4. etc., etc.

*Le queremos pedir el favor de que si siente que alguno de estos derechos están siendo violados nos escriba una carta Maricarmen Martínez Baldares, Directora Departamento de Matemáticas, Edificio H primer piso.*

*o ingrese a <http://matematicas.uniandes.edu.co> en Opiniones al Director para exponer su caso.*

### • Metodología

Un examen parcial oral (lluvia de preguntas): (33%), la nota de participación: (33%) y el examen final: (34%).

Los estudiantes deben estudiar la teoría de un texto y exponen la teoría. Estilo seminario, los puntos difíciles, las preguntas y el material adicional, se discuten en clase.

### • Bibliografía

1. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elements de la Théorie des Fonctions et de l'Analyse Fonctionnelle, Mir, Moscú, 1977.
2. Rudin W. Functional análisis. McGraw-Hill, New York, 1973
3. Riesz F., Sz-Nagy B. Functional Análisis. F. Ungar. New York, 1979
4. Jörgens K. Spectral properties of Hamiltonian operators. Springer, 1973
5. Liusternik L, Sobolev V. Elements of functional analysis. F. Ungar. New York, 1964
6. Giniatouline A. An Introduction to Spectral Theory, R.T.Edwards, Philadelphia, 2005

## 1. RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en la elaboración de los programas de los cursos:

- **Asistencia a clase:**

Los cursos iniciarán el día establecido para ello en el calendario académico, y los profesores velarán por el cumplimiento del programa. (Art. 41 RGEPr).

Las clases deben empezar a la hora en punto o a la media hora, y terminar diez minutos antes de la hora en punto o de la media hora (Art. 42 RGEPr).

- **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación, así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 43 y 44 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha de ésta. De acuerdo con el párrafo del artículo 45 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- a. Incapacidades médicas.
- b. Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- c. Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.
- d. Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- e. Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.
- f. Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo.

El profesor podrá tener en cuenta otras circunstancias que a su criterio puedan justificar la ausencia del estudiante.

La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

- **Salidas de campo:**

Las salidas de campo de los estudiantes de la Universidad, programadas fuera de Bogotá, no son de carácter obligatorio. En caso de que algunos estudiantes no puedan cumplir con esta actividad, deberán informar las razones al profesor respectivo y acordar con él la realización de trabajos supletorios (Art. 46 RGEPr).

- **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones. En los cursos de la escuela de verano el profesor podrá practicar una sola evaluación con un valor equivalente al 100% de la materia (Art. 47 y parágrafo Art. 48 RGEPr).
- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso. (Art. 48 RGEPr).
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.
- El estudiante que no asista a la presentación de las evaluaciones debidamente programadas, podrá ser calificado hasta con la nota cero (0). El aviso verbal dado por el estudiante inmediatamente antes de la práctica de la evaluación no lo exonera de la presentación de una justificación posterior, la cual deberá ser presentada al profesor correspondiente, dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha en que se practicó la prueba. Si la justificación presentada es aceptada por el profesor, éste fijará fecha, hora y forma en que deberá ser realizada la evaluación correspondiente, pero en todo caso deberá efectuarse dentro de las dos semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada. (Art. 57 RGEPr)
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.

- Los profesores tendrán autonomía para establecer sus propios criterios de aproximación de notas definitivas, pero deberán siempre informarlo en el programa del curso, el primer día de clase.
- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración de las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.
- **Entrega de calificaciones:**
  - Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 68 RGEPr).
  - Al menos el 30% de las calificaciones debe ser dado a conocer a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 69 RGEPr).
  - Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 70 RGEPr).
- **Notas especiales:**
  - *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 57 RGEPr).
  - *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 58 RGEPr).
  - *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por casos de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo definido. La nota 'P' deberá reemplazarse a más tardar un mes después de terminado el semestre académico o quince (15) días después de terminado el periodo intersemestral (Art. 59 y Art. 60 RGEPr).
-

- *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esa nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 61 y parágrafo 1 Art. 115 RGEPr).
- *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 61 RGEPr).
- **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los cuatro (4) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con cinco (5) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los cuatro (4) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 64 y 65 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 66 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio de notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador de pregrado del programa al que pertenece la materia (Art. 65 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 115 RGEPr) o de una falta disciplinaria (Art. 116 y 117 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar a la Secretaría del Comité Disciplinario de la unidad académica a la que pertenezca la materia o en la que esté inscrito el estudiante, según corresponda, explicando los hechos que fundamentan su consideración y adjuntando las pruebas correspondientes (Art. 129 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomó el Comité (Art. 129-146 RGEPr).
- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
- Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.
- A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
- La actividad académica en la que se presuma la comisión de un fraude académico, deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 61 RGEPr). Es indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.
- Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (parágrafo 1 Art. 129? RGEPr).

#### • Canales de ayuda para estudiantes y profesores:

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Decanatura de Estudiantes, la Secretaría General de la

Universidad y la Oficina del Ombudsperson para consultar sobre asuntos académicos o administrativos según corresponda.

### • Ajustes razonables

Según el Art.2 de la Convención sobre los *Derechos de las personas con discapacidad* de la ONU, se entiende por ajustes razonables "las modificaciones y adaptaciones necesarias y adecuadas que no impongan una carga desproporcionada o indebida, cuando se requieran en un caso particular, para garantizar a las personas con discapacidad el goce o ejercicio, en igualdad de condiciones con las demás, de todos los derechos humanos y libertades fundamentales". Por lo tanto, siéntase en libertad de informar a su profesor lo antes posible si tiene alguna condición o situación de discapacidad, visible o invisible, y requiere de algún tipo de apoyo o ajuste para estar en igualdad de condiciones con los demás estudiantes. En caso dado, por favor justifique su solicitud con un certificado médico o constancia de su situación. Así mismo, lo invitamos a buscar asesoría y apoyo en la dirección de su programa, en la decanatura de Estudiantes (Bloque Ñf, ext.2330, <http://centrodeconsejeria.uniandes.edu.co>) o en el Programa de Acción por la Igualdad y la Inclusión Social (PAIS) de la Facultad de Derecho ([pais@uniandes.edu.co](mailto:pais@uniandes.edu.co)).

### • Respeto por la diversidad

Los valores de inclusión y respeto por la diversidad son fundamentales para nuestra labor. En esta comunidad consideramos inaceptable cualquier situación de acoso, discriminación, matoneo, y/o amenaza. Si alguno de los miembros de esta comunidad siente que está pasando por alguna de estas situaciones o sabe de alguien a quien esto le puede estar pasando puede denunciar su ocurrencia y buscar orientación y apoyo ante alguna de las siguientes instancias:

- el equipo pedagógico del curso o la dirección del programa,
- la Decanatura de Estudiantes (DECA),
- la Ombudsperson ([ombudsperson@uniandes.edu.co](mailto:ombudsperson@uniandes.edu.co)).
- el Comité MAAD (Maltrato, Acoso, Amenaza y Discriminación) ([lineamaad@uniandes.edu.co](mailto:lineamaad@uniandes.edu.co), <https://secretariageneral.uniandes.edu.co/index.php/es/inicio-es/14-noticias/128>).

También puede acudir a los representantes estudiantiles (CEU) y/o a los grupos estudiantiles que pueden prestarle apoyo y acompañamiento: No Es Normal ([derechoygenero@uniandes.edu.co](mailto:derechoygenero@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/noesnormaluniandes/?fref=ts>); Pares de Acompañamiento Contra el Acoso ([paca@uniandes.edu.co](mailto:paca@uniandes.edu.co) o <https://www.facebook.com/PACA-1475960596003814/?fref=ts>). Además, en clase usted podrá solicitar ser identificado con el nombre y los pronombres que usted prefiera, estos pueden

coincidir o no con su nombre legal registrado en banner. Nonobstante, para firmar en listas de asistencia y marcar hojas de exámenes, debe usar su nombre legal.