UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS 19 de Febrero de 2.018

PROPUESTA

para el curso **MATE 3302 "Ecuaciones de la Física Matemática",** (homologable con **MATE 4301** Teoría de Ecuaciones en Derivadas Parciales), ofrecido como **Electivo** en Matemáticas , Física y Opción para el II semestre de 2.018 por el profesor A.Giniatoulline .

Nivel 3.
Línea de Geometría, Análisis y Topología .
Créditos : 3.
Pre-requisitos : MATE 2301 (Ecuaciones Diferenciales), y MATE 2201 (Análisis 1).

Objetivos.
El curso tiene como propósito la presentación teórica de las ecuaciones básicas da la Física matemática tales como las ecuaciones de Laplace y Poisson, las ecuaciones de transmisión de calor y de onda, los sistemas de ecuaciones en derivadas parciales.
Una de las características del curso es la deducción detallada de todos los resultados con demostraciones. El curso tiene un énfasis teórico y es orientado principalmente a los estudiantes de las carreras Matemática y Física, aunque también puede ser útil para los estudiantes de Ingeniería que están interesados en una avanzada base teórica

Evaluación.
Un Examen Parcial oral (lluvia de 100 preguntas) 25%
Un Examen Parcial por escrito 25%
Participación en el tablero 25%
Examen final 25%

DESCRIPCION DEL CURSO .

1. Algunos modelos matemáticos de los procesos físicos. Deducción de las ecuaciones de onda, de transmisión de calor; el sentido físico de sus condiciones de contorno.

2. Los espacios L_p , C^∞. Algunos teoremas básicos del análisis funcional: desigualdad de Hölder, desigualdad de Minkovski. Espacio de Hilbert. El concepto de un funcional, teorema de Riesz sobre la forma de un funcional lineal en un espacio de Hilbert.

3. El sentido físico de una función generalizada, definición de función δ de Dirac. El espacio de las funciones básicas D y el espacio de las funciones generalizadas D' .

4. El espacio de Schwartz S. La transformada de Fourier para las funciones de S, $L_1(R^n)$ y $L_2(R^n)$. Solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor con las funciones iniciales de S.

5. El espacio de funciones generalizadas S'. La transformada de Fourier en S'. El teorema de convolución de dos funciones $f(x) \in S$, $g(x) \in C_b$.

6. Aplicación del teorema de convolución a la solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor. Desarrollo del núcleo de Poisson. Propiedades del núcleo de Poisson : $G(t,x) \xrightarrow[t \to 0]{} \delta(x)$.

7. Solución del problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor para la función inicial continua acotada. El problema de Cauchy para la ecuación de transmisión de calor no homogénea. El principio de Duhamel.

8. El problema de Cauchy para la ecuación de onda. La desigualdad energética y sus corolarios : la unicidad de la solución y su dependencia continua de los datos iniciales. Solución del proble-
ma para los datos iniciales de S.

9. Función δ concentrada en una esfera, su transformada de Fourier. Teorema de la convolución de una función de S con una función generalizada de S' con soporte compacto.

10. Deducción de la fórmula de Kirchhof para la solución del problema de Cauchy para la ecuacion de onda en el caso de tres variables espaciales. Buena determinación del problema de Cauchy para la ecuación de onda.

11. El principio de Duhamel para la ecuación de onda no homogénea. La función de Green del problema de Cauchy para la ecuación de onda. Propiedades cualitativas de propagación de ondas. Velocidad finita de propagación de ondas.

12. Dos métodos diferentes de definir una solución generalizada. Las derivadas generalizadas y sus propiedades básicas. El espacio de Sobolev $W_2^1(\Omega)$, su producto escalar y su completitud. Definición del espacio $W_p^l(\Omega)$.

13. El espacio de Sobolev $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$. Dos normas diferentes en el espacio $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$. La desigualdad de Friedrichs. Las funciones medias y sus propiedades : suavidad infinita, convergencia en la norma de L_p, comutatividad de las operaciones de diferenciación y promediación.

14. Propiedades de contorno de las funciones de $W_2^1(\Omega)$ y de $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$. Un sencillísimo teorema

de inclusión : traza de la función $u \in W_2^1(\Omega)$ en la frontera $\partial\Omega$ como elemento de $L_2(\partial\Omega)$. La nulidad en promedio de las funciones de $\overset{0}{W}{}_1^2(\Omega)$ en la frontera $\partial\Omega$. Integración por partes para las funciones de $W_2^1(\Omega)$ y $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$.

15. La desigualdad de Poincaré. Compacidad de inclusión de un conjunto acotado de $W_2^1(\Omega)$ en $L_2(\Omega)$.

16. Las soluciones generalizadas de los principales problemas de contorno para las ecuaciones elípticas de segundo orden, teoremas de existencia y unicidad.

17. El método de Galerkin para una aproximada solución generalizada del problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson.

18. El método variacional de solución generalizada de varios problemas de contorno para el problema de Dirichlet de la ecuación de Poisson.

<u>BIBLIOGRAFIA</u>

1. Adams R. A. "Sobolev Spaces". N.Y.-London, Acad. Press, 1975.

2. Hörmander L. "The analysis of Linear Partial Differential Operators", Springer-Verlag, Berlin, 1983.

3. Kolmogorov A.N., Fomin S. V. "Eléments de la Théorie des Fonctions et de l´Analyse Fonctionelle", Mir, Moscú, 1977.

4. Courant R., Hilbert D. "Methods of Mathematical Physics", Interscience Publ., N.Y., 1953.

5. Schwartz L. "Théorie des Distributions", Paris, 1951.

6. Giniatoulline A. “Introduccion a las Ecuaciones de la Fisica Matemática” Editorial Uniandes, 2011.