

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

OFRECIMIENTOS DE CURSOS

2017-20

<p>Nivel del Curso</p> <p>4: posgrado _X_</p> <p>3: final de carrera _X_</p> <p>2: mitad de carrera ___</p> <p>1: inicio de carrera ___</p>	<p>Nombre completo del curso en español:</p> <p>Álgebras de Lie y sus representaciones.</p>
	<p>Nombre completo del curso en inglés:</p> <p>Lie algebras and their representations.</p>
	<p>Nombre abreviado en español (Máx. 30 caracteres contando espacios)</p> <p>Álgebras de Lie</p>
	<p>Profesor: Manuel Medina</p>
<p>Descripción del curso en español:</p> <p>La teoría de representaciones de las álgebras de Lie, es un tema central en matemáticas, que tiene numerosas aplicaciones a otras ramas de las matemáticas (geometría, teoría de números, combinatoria, topología...) así como en la física teórica (sistemas cuánticos integrables, teoría cuántica de campos, reglas de fusión,...)</p> <p>El objetivo del curso es: primero dar una introducción a las nociones y útiles en la teoría clásica de álgebras de Lie semisimples y segundo estudiar algunas generalizaciones (álgebras de Kac-Moody, álgebra de Virasoro) y algunas aplicaciones.</p>	
<p>Descripción del curso en inglés:</p> <p>Representation theory of Lie algebras is a central subject in mathematics, which has several applications to other branches of mathematics (geometry, number theory, combinatorics, topology,...) as well as in theoretical physics (quantum integrable systems, QFT, fusion rules,...)</p> <p>The aim of the course is: firstly to give an introduction to the notions and tools in the classical theory of semisimple Lie algebras and secondly to study some generalizations (Kac-Moody algebras, Virasoro algebra) and some applications.</p>	
<p>Prerrequisitos: Álgebra lineal I y II. Álgebra abstracta I.</p>	
<p>Objetivos: Introducir las nociones y resultados básicos en la teoría de representaciones de álgebras de Lie. Estudiar algunas álgebras de Lie de dimensión infinita como generalización</p>	

de álgebras de Lie semisimples de dimensión finita. Estudiar algunas aplicaciones concretas.

Contenido Tentativo:

1. (6 semanas) Álgebras de Lie de dimensión finita.

- Álgebras de Lie: definición, representaciones, ejemplos clásicos, relación con los grupos de Lie.
- Álgebras de Lie nilpotentes, resolubles, semisimples.
- Categoría de representaciones de un álgebra de Lie, representaciones irreducibles, representación adjunta.
- Completa reducibilidad de las álgebras de Lie semisimples (Teorema de Weyl)
- Estructura de las álgebras de Lie semisimples. Sistemas de raíces. Grupo de Weyl.

2. (4 semanas) Representaciones de álgebras de Lie semisimples.

- Álgebras de Hopf. Álgebra envolvente universal. Teorema de PBW.
- Módulos de peso máximo, módulos de Verma, módulos simples.
- Parametrización de las representaciones finitas irreducibles por los pesos dominantes.

3. (4 semanas) Álgebras de Lie de dimensión infinita de tipo afín.

- Álgebras de Kac-Moody, presentación de Serre.
- Álgebra de Virasoro.
- Álgebras de lazos y de extensiones centrales.
- Álgebra de Yangian. Representaciones de dimensión finita. Representaciones de evaluación. Parametrización de representaciones simples por polinomios de Drinfeld.

Forma de Evaluación:

- Cuatro tareas escritas (con sustentaciones orales): 20% de la nota final.
- Tres exámenes parciales: 60% (c/u 20%) de la nota final.
- Examen final: 20% de la nota final.

Bibliografía:

- **N. Bourbaki**, Éléments de mathématique. Fasc. XXXIV. Groupes et algèbres de Lie. Chapitre IV :

Groupes de Coxeter et systèmes de Tits. Chapitre V : Groupes engendrés par des réflexions. Chapitre VI : systèmes de racines, Actualités Scientifiques et Industrielles, No. 1337, Hermann, Paris, 1968. MR 0240238 (39 #1590)

- **R. W. Carter**, Lie algebras of finite and affine type, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 96, Cambridge University Press, Cambridge, 2005. MR 2188930 (2006i :17001)
- **Vyjayanthi Chari and Andrew Pressley**, Yangians and R-matrices, Enseign. Math. (2) 36 (1990), no. 3-4, 267–302. MR 1096420 (92h :17009)
- **Vyjayanthi Chari and Andrew Pressley**, A guide to quantum groups, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, Corrected reprint of the 1994 original. MR 1358358 (96h :17014)
- **David Hernandez**, An introduction to affine Kac-Moody algebras, CTQM Master Class Series 2 (2006), 1–20.
- **James E. Humphreys**, Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer-Verlag, New York, 1972, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 9. MR 0323842 (48 #2197)
- **Victor G. Kac**, Infinite-dimensional Lie algebras, third ed., Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990. MR 1104219
- **J-P. Serre**, Lie algebras and Lie groups, 1964 lectures given at Harvard University. Lecture notes in Mathematics, 1500, (2006)