

---

- **Información de los profesores**

*Nombre profesor (a) principal: Manuel Medina*

*Correo electrónico: [mj.medina@uniandes.edu.co](mailto:mj.medina@uniandes.edu.co)*

*Horario y lugar de atención: Lunes 9am-11am. Oficina H-001*

---

- **Introducción y descripción general del curso:**

La teoría de representaciones de las álgebras de Lie, es un tema central en matemáticas, que tiene numerosas aplicaciones a otras ramas de las matemáticas (geometría, teoría de números, combinatoria, topología... ) así como en la física teórica (sistemas cuánticos integrables, teoría cuántica de campos, reglas de fusión,...)

- **Objetivos de la asignatura:**

El curso tiene un doble propósito: primero dar una introducción a las nociones y útiles en la teoría clásica de álgebras de Lie semisimples y segundo estudiar algunas generalizaciones (álgebras de Kac-Moody, álgebra de Virasoro) y algunas aplicaciones.

- **Competencias a desarrollar**

Los estudiantes deben aprender a identificar las nociones y teoremas básicos en la teoría clásica de álgebras de Lie. Conocer la relación de las álgebras de Lie y los grupos de Lie. Conocer la clasificación de las álgebras de Lie semisimples de dimensión finita. Conocer la estructura de las representaciones finitas de un álgebra de Lie simple de dimensión finita. Conocer la construcción de las álgebras de Lie de dimensión infinita tipo afín como una generalización de las álgebras de Lie semisimples.

• **Contenido de la asignatura:**

**1. Álgebras de Lie. Definiciones y principales consecuencias.**

Álgebras de Lie: definición, representaciones, ejemplos clásicos, relación con los grupos de Lie.

Álgebras de Lie nilpotentes, resolubles, semisimples.

Categoría de representaciones de un álgebra de Lie, representaciones irreducibles, representación adjunta.

Completa reducibilidad de las álgebras de Lie semisimples (Teorema de Weyl)

**2. Estructura de las álgebras de Lie semisimples.**

Sistemas de raíces. Grupo de Weyl. Diagramas de Dynkin

Clasificación de Cartan-Killing

**3. Representaciones de álgebras de Lie semisimples.**

Álgebras de Hopf. Álgebra envolvente universal. Teorema de PBW.

Módulos de peso máximo, módulos de Verma, módulos simples.

Parametrización de las representaciones finitas irreducibles por los pesos dominantes.

**4. Álgebras de Lie de dimensión infinita de tipo afin.**

Álgebras de Kac-Moody, presentación de Serre.

Álgebra de Virasoro.

Álgebras de lazos y de extensiones centrales.

Semana No.	Capítulo	Fecha	Teoría	Observaciones
1	I	8 Agosto	Introducción	
		a	Álgebras y sus representaciones	
			Álgebras de Lie. Subálgebras de Lie. Ejemplos.	
			Representaciones de álgebra de Lie.	
11 Agosto	Representaciones simples y semisimples.			
2	I	14 Agosto	Álgebra de Lie nilpotentes y resolubles	
		a	Teoremas generales: Teorema de Engel y Lie, Criterio de Cartan y Teorema de Weyl.	
			18 Agosto	
3	I	21 Lunes Festivo	(Continuación) Teoremas generales.	
		a	Representaciones de $sl(2, \mathbb{C})$	
			Caracteres y el anillo de Grothendieck.	
25 Agosto				
4	I	28 Agosto	(Continuación).	
		a	Grupos de Lie y el truco unitario.	
			1 Septiembre	
5	Parcial I	4 Septiembre	<b>Presentación Oral I</b>	
		a	<b>Parcial I</b>	
			8 Septiembre	
6	II	11 Septiembre a	Sistema de Raíces. Grupo de Weyl.	
			Diagramas de Dynkin	
			Matriz de Cartan	

		15 Septiembre		
7	II	18 Septiembre	Estructura alg de Lie semisimples:	
		a	Presentación de Serre	
			Clasificación Cartan-Killing	
		22 Septiembre		
8	II	25 Septiembre		
		a	(Continuación) Estructura alg de Lie semisimples.	
		29 Septiembre		
9	SEMANA DE TRABAJO INDIVIDUAL	2 Octubre	Presentación Oral II	
		a		
		6 Octubre (Último día para entregar el 30%)		
10	Parcial II	9 Octubre	Parcial II	
		a	Álgebras de Hopf. Álgebra envolvente universal.	
		13 Octubre (Último día de retiros)	Teorema de PBW	
11	III	16 Lunes festivo	Isomorfismo de Harish-Chandra	
		a	Módulos de peso máximo	
		20 Octubre	Módulos de Verma	
12	III	23 Octubre	Módulos simples	
		a	Parametrización de las representaciones finitas irreducibles por los pesos dominantes.	
		27 Octubre		
13	III	30 Octubre		
		a	(Continuación)	

		3 Noviembre		
14	<b>Parcial III</b>	<b>6 Lunes Festivo</b>		
		a	<b>Presentación Oral III</b>	
			<b>Parcial III</b>	
		10 Noviembre		
15	IV	<b>13 Lunes Festivo</b>	Matrices de Cartan generalizadas (MCG)	
			Realización de MCG	
		a	Álgebras de Kac-Moody (K-M)	
			Categoría O de un alg de K-M	
		17 Noviembre		
16	IV	20 Noviembre	Álgebras de lazos y de extensiones centrales.	
		a	Álgebra de Virasoro	
		25 Noviembre		
17 y 18	<b>Examen Final</b>	27 Noviembre		
		a	<b>Presentación Oral IV</b>	
			<b>Parcial IV</b>	
		8 Diciembre		

**\*Recuerde el juramento del uniandino: "Juro solemnemente abstenerme de copiar o de incurrir en actos que pueden conducir a la trampa o al fraude en las pruebas académicas, o en cualquier otro acto que perjudique la integridad de mis compañeros o de la misma Universidad".**

- **Metodología**

Se describen las técnicas y métodos para el desarrollo exitoso del curso

- **Criterios de evaluación y aspectos académicos**

El programa del curso consta de cuatro capítulos, cada capítulo tendrá una evaluación (25%) la cual a su vez se divide en una parte escrita y otra oral. Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, para los estudiantes que, por un motivo aceptable (tales motivos son recordados más adelante en este documento), no puedan estar presentes en uno de los parciales, se realizará un examen supletorio. En caso de ausencia al examen supletorio, no se realizará nueva evaluación y se remitirá el caso a las instancias administrativas (Coordinador de Pregrado del Departamento de Matemáticas o, en caso de que sea necesario, la Facultad de Ciencias). Se recuerda que la salida de vacaciones o la compra ya realizada de un pasaje no constituye un motivo aceptable para faltar un examen.

Parámetros de calificación : en todas las evaluaciones, se pide redactar una solución argumentada y detallada, con frases en español y una presentación clara de los cálculos. Cualquier respuesta debe ser matemáticamente justificada (no se otorgará la totalidad de los puntos para respuestas no o parcialmente justificadas a una pregunta dada, cálculos presentados sin explicación pueden dar lugar a cero puntos otorgados). En caso de no poder resolver una pregunta o si falta una etapa en el procedimiento, se recomienda señalarlo al corrector mediante una corta frase de explicación (ejemplo: “no he podido resolver la pregunta x.x, acepto el resultado para seguir con el problema”). El corrector así podrá tenerlo en cuenta al evaluar las respuestas propuestas y valorarlo como procedimiento. Un cálculo presentado sin explicación no da lugar a puntos de procedimiento. Si una pregunta vale, por ejemplo, tres (3) puntos, los puntos atribuidos para esta pregunta pueden ser : 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 o 3, a criterio del corrector según los parámetros establecidos arriba. A menos que el profesor a cargo de la sección magistral decida aplicar otro criterio, no habrá aproximación de notas en las evaluaciones (únicamente en la nota final -ver más abajo para política de aproximación de notas).

Reclamos : el procedimiento para los reclamos está recordado en el régimen académico más abajo en este mismo documento. Se recuerda que cualquier reclamo debe ser presentado por escrito dentro del plazo regido por el Reglamento General de Estudiantes).

Horarios de atención a estudiantes : los profesores prestan cuatro horas de atención a estudiantes semanalmente y escogen los horarios para hacerlo.

Política de aproximación de notas: las diferentes evaluaciones del curso suman a una nota sobre 100, que se divide entre 20 para obtener una nota sobre 5. De acuerdo al sistema de calificación vigente en la Universidad de Los Andes, la nota final del curso es una nota sobre 5 con dos dígitos decimales. A menos que el profesor decida aplicar otro criterio, la nota final del curso será la aproximación de dos dígitos decimales inmediatamente superior a la nota calculada como explicado anteriormente.

• **Bibliografía**

- **N. Bourbaki**, Éléments de mathématique. Fasc. XXXIV. Groupes et algèbres de Lie. Chapitre IV : Groupes de Coxeter et systèmes de Tits. Chapitre V : Groupes engendrés par des réflexions. Chapitre VI : systèmes de racines, Actualités Scientifiques et Industrielles, No. 1337, Hermann, Paris, 1968. MR 0240238 (39 #1590)
- **R. W. Carter**, Lie algebras of finite and affine type, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 96, Cambridge University Press, Cambridge, 2005. MR 2188930 (2006i :17001)
- **Vyjayanthi Chari and Andrew Pressley**, Yangians and R-matrices, Enseign. Math. (2) 36 (1990), no. 3-4, 267–302. MR 1096420 (92h :17009)
- **Vyjayanthi Chari and Andrew Pressley**, A guide to quantum groups, Cambridge University Press, Cambridge, 1995, Corrected reprint of the 1994 original. MR 1358358 (96h :17014)
- **David Hernandez**, An introduction to affine Kac-Moody algebras, CTQM Master Class Series 2 (2006), 1–20.
- **James E. Humphreys**, Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer-Verlag, New York, 1972, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 9. MR 0323842 (48 #2197)
- **Victor G. Kac**, Infinite-dimensional Lie algebras, third ed., Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990. MR 1104219
- **J-P. Serre**, Lie algebras and Lie groups, 1964 lectures given at Harvard University. Lecture notes in Mathematics, 1500, (2006)



## RÉGIMEN ACADÉMICO

Las siguientes disposiciones académicas se deberán tener en cuenta en la elaboración de los programas de los cursos:

- **Asistencia a clase:**

Los profesores iniciarán sus cursos desde el primer día del semestre académico, con la finalidad de garantizarles a los estudiantes el derecho a beneficiarse activa y plenamente del proceso educativo (Art. 40 RGEPr).

Las clases de la Universidad deben empezar a la hora en punto o a la media hora, y terminar diez minutos antes de la hora en punto o de la media hora (Art. 41 RGEPr).

- **Inasistencia a clase y a evaluaciones:**

Los parámetros para controlar la asistencia deberán ser informados a los estudiantes el primer día de clase. Se sugiere informar si la asistencia y la participación serán criterios de evaluación así como la forma en que serán calificados. Será facultativo de cada profesor determinar las consecuencias de la inasistencia si esta supera el 20% (Art. 42 y 43 RGRPr).

El estudiante que desee justificar su ausencia deberá hacerlo ante el profesor dentro de un término no superior a ocho (8) días hábiles siguientes a la fecha de ésta. De acuerdo con el parágrafo del artículo 43 del RGEPr, serán excusas válidas las siguientes:

- a. Incapacidades médicas.

- b. Incapacidades expedidas por la Decanatura de Estudiantes.
- c. Muerte del cónyuge o de un familiar hasta del segundo grado de consanguinidad.
- d. Autorización para participar en eventos deportivos, expedida por la Decanatura de Estudiantes.
- e. Autorización para asistir a actividades académicas y culturales, expedida por la respectiva dependencia académica.
- f. Citación a diligencias judiciales, debidamente respaldada por el documento respectivo.

La Decanatura de Estudiantes prestará colaboración en la verificación de las incapacidades médicas.

- **Salidas de campo:**

Las salidas de campo de los estudiantes de la Universidad, programadas fuera de Bogotá, no son de carácter obligatorio. En caso de que algunos estudiantes no puedan cumplir con esta actividad, deberán informar las razones al profesor respectivo y acordar con él la realización de trabajos supletorios (Art. 44 RGEPr).

- **Calificaciones:**

- Se deberán programar como mínimo tres (3) evaluaciones. En los cursos de la escuela de verano el profesor podrá practicar una sola evaluación con un valor equivalente al 100% de la materia (Art. 45 y parágrafo Art. 46 RGEPr).
- Ninguna de las evaluaciones podrá tener un porcentaje superior al 35%, salvo que se trate de prácticas académicas, proyectos de grado y algunos cursos del programa de música, los cuales tendrán un sistema de calificación especial que también deberá ser informado a los estudiantes en el programa del curso.
- Las evaluaciones orales, en las que la actividad del estudiante consiste únicamente en responder las preguntas formuladas por el profesor y que tengan un valor superior al 15% de la calificación del curso, deberán realizarse en presencia de un profesor adicional, quien también deberá actuar como evaluador.
- Si un estudiante falta a la presentación de una evaluación debidamente programada, podrá ser calificado con cero (0,0). Sin embargo, el estudiante podrá justificar su ausencia ante el profesor dentro de un término no superior a (8) días hábiles siguientes a la realización de la prueba. Justificada la inasistencia el profesor deberá indicarle al estudiante la nueva fecha y hora en que le realizará el examen, dentro de las dos (2) semanas siguientes a la aceptación de la justificación presentada.
- El valor de cada evaluación practicada sin aviso, en ningún caso, podrá superar el 5% de la nota definitiva del curso.

- Los profesores tendrán autonomía para establecer sus propios criterios de aproximación de notas definitivas, pero deberán siempre informarlo en el programa del curso, el primer día de clase.
- Se recomienda establecer desde un inicio las condiciones para la entrega de informes y trabajos, así como los parámetros para la elaboración de las actividades en grupo. También indicar los efectos de la entrega tardía de trabajos y de la no entrega.
- **Entrega de calificaciones:**
  - Todos los profesores de la Universidad deben hacer conocer a sus estudiantes las calificaciones obtenidas, dentro de los diez (10) días hábiles siguientes a la práctica de la evaluación parcial. Exceptuando aquellas correspondientes a los proyectos de grado y prácticas académicas (Art. 66 RGEPr).
  - Al menos el 30% de las calificaciones debe ser dado a conocer a más tardar antes de la semana de retiros de cada semestre (Art. 67 RGEPr).
  - Antes del examen final, el estudiante tiene el derecho a conocer las calificaciones parciales obtenidas durante el semestre y podrá solicitarlas al profesor (Art. 68 RGEPr).
- **Notas especiales:**
  - *Incompleto (I)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos del curso (Art. 55 RGEPr).
  - *Incompleto Total (IT)*: nota aplicada por el Consejo de Facultad cuando el alumno no haya podido cumplir por razones justificadas, con los requisitos de todos los cursos del periodo académico en el cual se encuentra matriculado (Art. 56 RGEPr).
  - *Pendiente (P)*: nota aplicada por el profesor cuando al estudiante por casos de fuerza mayor, para cumplir con los requisitos del curso, solo le reste la presentación de una prueba final o no pueda asignársele una calificación antes del plazo definido (Art. 57 RGEPr).
  - *Pendiente Disciplinario (PD)*: nota aplicada por el profesor al estudiante que se encuentre vinculado a un proceso disciplinario. Esa nota será reemplazada una vez culmine definitivamente el proceso (Art. 58 y parágrafo 1 Art. 109 RGEPr).
  - *Pendiente Especial (PE)*: nota excepcional aplicable a aquellos estudiantes que se encuentren desarrollando su correspondiente proyecto de grado y no ha sido concluido, por razones justificadas, dentro del semestre inicialmente establecido (Art. 61 RGEPr).
- **Reclamos:**

Si se trata de una prueba escrita, el estudiante deberá dirigir el reclamo por escrito, dentro de los ocho (8) días hábiles siguientes al que conoció la calificación en cuestión. El profesor cuenta con diez (10) días hábiles para responderle. Si el estudiante considera que la decisión no corresponde a los criterios de evaluación, podrá solicitar la designación de un segundo calificador ante el Consejo de Facultad, dentro de los ocho (8) días hábiles al conocimiento de la decisión (Art. 62 y 63 del RGEPr).

En caso de reclamo por una calificación obtenida en una prueba oral, el estudiante podrá exponer la razón de su desacuerdo a los profesores evaluadores en el mismo momento en que tiene conocimiento de la nota. Si el grupo evaluador mantiene la calificación, la realización de un nuevo examen quedará a discreción del Consejo de Facultad al que pertenece la materia, previa solicitud escrita del estudiante (Art. 64 del RGEPr).

- **Cambio de notas definitivas:**

Vencido el plazo previsto para el cambio notas derivadas de los reclamos presentados, estos solo podrán realizarse con la autorización del coordinador de pregrado del programa al que pertenece la materia (Art. 65 RGEPr).

- **Funciones del monitor:**

La principal función del monitor es la de ayudar al profesor en la dirección de las actividades académicas (laboratorios, sesiones de repaso o de ejercicios, asesoría a estudiantes). Así mismo, apoyarlo en la corrección de ejercicios y pruebas. La calificación definitiva de las pruebas será responsabilidad exclusiva del profesor.

- **Reporte de casos disciplinarios:**

Ante la sospecha de una presunta comisión de fraude académico (Art. 109 RGEPr) o de una falta disciplinara (Art. 110 y 111 RGEPr) por parte de uno de sus estudiantes o de cualquier miembro de la comunidad uniandina, los profesores deberán tener en cuenta:

- Es su deber informar a la Secretaría del Comité Disciplinario de la unidad académica a la que pertenezca la materia o en la que esté inscrito el estudiante, según corresponda, explicando los hechos que fundamentan su consideración y adjuntando las pruebas correspondientes (Art. 121 RGEPr).
- A través de un proceso disciplinario el estudiante tendrá la oportunidad formal de presentar su versión sobre los hechos y pronunciarse sobre las decisiones que tomó el Comité (Art. 121 – 135 RGEPr).

- El profesor tiene discreción para hablar con los estudiantes implicados antes de reportar el caso al comité, para informarles al respecto.
  - Durante el proceso disciplinario el profesor podrá ser consultado si el Comité lo considera, pero no será parte formal del proceso.
  - A menos que el estudiante acepte su responsabilidad, el profesor no puede afirmar que cometió una falta disciplinaria. En cualquier conversación con un estudiante que presuntamente haya cometido la falta, el profesor debe ser cuidadoso. La existencia del fraude o de una falta disciplinaria solamente la puede determinar el Comité, después de haberse cumplido el proceso contemplado en los distintos reglamentos de estudiantes de la Universidad.
  - La actividad académica en la que se presume la comisión de un fraude académico, deberá ser calificada con Pendiente Disciplinario (PD), (Art. 59 RGEPr). Es indispensable poner el Pendiente Disciplinario pues esta nota es una garantía del respeto por la presunción de inocencia del estudiante.
  - Una vez el profesor reciba copia de la carta por medio de la cual se le notifica al estudiante la culminación del proceso disciplinario, deberá levantar el PD y asignar la nota correspondiente a la actividad académica (parágrafo 1 Art. 109 RGEPr).
- **Canales de ayuda para estudiantes y profesores:**

En cualquier momento los profesores y estudiantes podrán apoyarse en la labor de los coordinadores de su programa, la Decanatura de Estudiantes, la Secretaría General de la Universidad y la Oficina del Ombudsperson para consultar sobre asuntos académicos o administrativos según corresponda.