

Programa  
MATE3131  
Teoría Descriptiva de Conjuntos  
2017-10

I. Objetivos.

El curso tiene por objetivo principal presentar los conceptos básicos de la teoría descriptiva de conjuntos. Estos conceptos se originaron con el trabajo de Borel, Lebesgue, Baire a principios del siglo 20 que fueron continuados por Souslin y Lusin. Estos trabajos estuvieron motivados por la necesidad de comprender y formalizar el concepto abstracto de función, y de establecer relaciones claras entre conjuntos de números reales y la hipótesis del continuo y el axioma de elección. La teoría se ha desarrollado de manera impresionante y se ha convertido en un área de las matemáticas con aplicaciones profundas en análisis, probabilidades, análisis funcional entre otras áreas de las matemáticas.

II Contenido programático.

1. Espacios métricos. Espacios polacos, el espacio de Baire.
2. Conjuntos borelianos. las clases borelianas y sus parametrizaciones. Ejemplos de conjuntos borelianos. Representación de conjuntos cerrados del espacio de Baire mediante árboles. Conjuntos perfectos. Los borelianos como imágenes del espacio de Baire por funciones continuas. Propiedades de separación y reducción.
3. Conjuntos Proyectivos. La jerarquía proyectiva.
4. Conjuntos analíticos y coanalíticos. Propiedad del subconjunto perfecto. Separación de conjuntos analíticos. Representación de conjuntos coanalíticos. Conjuntos  $\Pi_1^1$ -completos. Descomposición de conjuntos coanalíticos. Ejemplos: funciones diferenciables, conjuntos cerrados numerables, conjuntos perfectos, buenos órdenes.
5. Repaso de medida y categoría. Medida y categoría para conjuntos analíticos.
6. Uniformización.
7. Algunas aplicaciones. Funciones diferenciables en todo punto. El teorema de Hurewicz. Ideales de conjuntos compactos. Conjuntos de unicidad para series trigonométricas.
8. Grupos polacos y sus acciones.

III Bibliografía.

1. Di Prisco, C. A. y C. Uzcátegui, Una introducción a la teoría descriptiva de conjuntos. IVIC, 1991. Versión revisada 2016.
2. Gao, S. , Invariant descriptive set theory. CRC Press, 2009.
3. Kechris, A. , Classical descriptive set theory. Springer-Verlag, 1994
4. Srivastava, S. M. , A course on Borel sets. Springer-Verlag, 1998.

IV Evaluación.

La evaluación se hará mediante dos exámenes parciales (25% cada uno), tareas y participación en clase (25%) y un examen final (25%).