

# Geometría Riemanniana

Segundo Semestre 2015

Lázaro Recht

La geometría Riemanniana ha sido una de las áreas más importantes de las matemáticas desde su inicio, durante el siglo XIX, y sus aplicaciones en física teórica (en relatividad general, en particular) revolucionaron nuestra concepción del mundo. El curso que se presenta a continuación tiene como objetivo introducir las ideas fundamentales y las herramientas básicas de la geometría Riemanniana, presentando al mismo tiempo los resultados más importantes en el área y algunas de sus aplicaciones (clásicas y recientes) en el estudio de la topología de variedades diferenciales. El texto guía será [3], aunque [4] y [2] servirán de soporte para la introducción y algunas de las aplicaciones estudiadas en las partes finales del programa que se esboza a continuación, en particular la Teoría de Morse. Una muy buena referencia “general” que abarca la historia, los resultados principales y algunas aplicaciones de la geometría Riemanniana hasta años recientes es [1], el texto [2] será utilizado eventualmente como fuente de ejercicios.

- 1. [2 Semanas]. Cálculo en variedades.** Variedades diferenciales, subvariedades, el haz tangente y campos vectoriales. *Capítulos I.A a I.C en [3].*
- 2. [3 Semanas]. Haces vectoriales y grupos de Lie.** Haces vectoriales, secciones, tensores y formas diferenciales. Grupos y álgebras de Lie. *Capítulos 2 a 3 en [5], capítulos I.D a I.G en [3].*
- 3. [3 Semanas]. Variedades Riemannianas.** Definición y teoremas de existencia. Conexiones, geodésicas y transporte paralelo. *Parte II en [4], capítulos II.A a II.C en [3].* Parcial 1.
- 4. [2 Semanas]. Curvatura Riemanniana.** Tensor de curvatura, campos de Jacobi y la aplicación exponencial. Aplicaciones. *Capítulos 8 y 9 en [?], capítulos III.A a III.C en [3].*
- 5. [2 Semanas]. Topología, curvatura y volumen.** Densidades y medidas en variedades Riemannianas, estimativos de volúmenes. Teoremas de comparación y aplicaciones. *Parte II en [4], capítulo III en [3].* Parcial 2.

**6. [3 Semanas]. Introducción a la Teoría de Morse.** El espacio de caminos en una variedad Riemanniana, energía de un camino, Hessiano y campos de Jacobi, teorema del índice de Morse. *Parte III en [4].*

**Evaluación.** Dos parciales 35% c/u, y un examen final 30%.

## References

- [1] Berger, M. *A panoramic view of Riemannian geometry*. Springer-Verlag, Berlin, 2003.
- [2] Do Carmo, M. *Riemannian geometry*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992.
- [3] Gallot, S., Hulin, D., Lafontaine, J. *Riemannian geometry*. Third edition. Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [4] Milnor, J. *Morse theory*. Annals of Mathematics Studies, No. 51, Princeton University Press, Princeton, N.J. 1963.