
- **Información de los profesores y del monitor**

Nombre profesor principal: Xavier Caicedo

Correo electrónico: xcaicedo@uniandes.edu.co

Horario y lugar de atención: Oficina: H-305 - Ext.: 2723, Ma, Vi 1:00-2:30 pm

Nombre monitora: Mariana Vicaría Ángel

Correo electrónico: m.vicaria834@uniandes.edu.co

Horario y lugar de atención: Ma 2-3, Vi 3-4

- **Introducción y descripción general del curso**

Prerrequisitos: Álgebra I (Teoría de Grupos), experiencia con deducción matemática rigurosa, estudio con cierta profundidad de algún tipo de estructura abstracta.

La lógica matemática estudia por métodos matemáticos los lenguajes, sistemas y teorías formales, lo mismo que sus interpretaciones. Se ha constituido en un poderoso instrumento para el estudio de innumerables tipos de estructura y procesos, de manera que conforma hoy una de las grandes áreas en que se divide el estudio de las matemáticas junto con las más tradicionales como análisis y álgebra. Su relevancia abarca desde la pura especulación filosófica hasta las aplicaciones prácticas de la Informática. Este curso provee una introducción a esta disciplina que en medio de riguroso desarrollo teórico destaca sus aspectos sintácticos, semánticos y algorítmicos, lo mismo que el alcance y limitaciones de los métodos formales. Los temas tratados son los siguientes.

- Lógica proposicional: Se demuestran los resultados básicos de la teoría de la deducción incluyendo formas normales, completitud, compacidad y su relación con álgebras booleanas.
- Lógica de primer orden: resultados fundamentales de la teoría de la deducción como la formas normales, el teorema de Herbrand y sus aplicaciones a la deducción automática y a otros resultados como la completitud y la interpolación. Resultados básicos de teoría de modelos (estructuras) como el teorema de completitud de Gödel y sus consecuencias (compacidad, teoremas de Löwenheim-Skolem, modelos no estándar). Caracterización de la equivalencia elemental de estructuras. Construcciones fundamentales: productos límites, ultraproductos
- Lógicas no clásicas (intuicionistas, modales), modelos de Kripke.
- Calculabilidad: se introducen los modelos matemáticos de computabilidad (funciones recursivas, máquinas de Turing) y los problemas insolubles asociados. Se demuestran los famosos teoremas de limitación de Gödel (incompletitud, indecidibilidad) y parcialmente el 10°

problema de Hilbert. Se considera la complejidad de algoritmos incluyendo el problema $P=NP$, y su relación con la teoría de modelos finitos.

- **Objetivos de la asignatura**

La profundización, afianzamiento e integración de la experiencia matemática en un contexto que enfatiza la unidad e interconexión de todas las áreas, lo mismo que una reflexión rigurosa sobre los fundamentos de la actividad y construcciones matemáticas.

- **Competencias a desarrollar**

Se espera que al final del curso el estudiante demuestre su comprensión de los conceptos fundamentales y teoremas que relacionan la sintaxis y la semántica de la lógica de primer orden, y sus potenciales aplicaciones a otras áreas de la matemática, lo mismo que los alcances de la teoría de calculabilidad y su relación con los problemas de la fundamentación de las matemáticas, Se espera no solamente con el conocimiento de los teoremas principales y sus demostraciones, sin la utilización de los teoremas y las ideas que intervienen en sus demostración para la solución de problemas propuestos.

- **Contenido de la asignatura**

- I. Lenguajes proposicionales, simbolización
- II. Cálculo deductivo, metateoremas del cálculo
- III. Validez, completitud
- IV. Equivalencia, formas normales, funciones booleanas
- V. Compacidad proposicional
- VI. Álgebras booleanas
- VII. Lógica intuicionista, modal, multivaluada.
- VIII. Lenguajes predicativos de primer y segundo orden
- IX. Estructuras, verdad, equivalencia elemental, caracterización de Fraissé
- X. Construcciones modelo teóricas, ultraproductos
- XI. Deducción formal en la lógica de primer orden
- XII. Formas normales, teorema de Herbrand, deducción automática
- XIII. Teorías de primer orden, teorías completas, decidibles
- XIV. Teorema de completitud de Gödel
- XV. Compacidad, Löwenheim-Skolem
- XVI. Calculabilidad y decidibilidad efectivas

- XVII. Funciones recursivas primitivas, recursivas, recursivas parciales
- XVIII. Maquinas de Turing, otros modelos de calculabilidad
- XIX. Problemas algorítmicamente insolubles
- XX. Equivalencia de modelos de calculabilidad
- XXI. Representación aritmética de las funciones recursivas
- XXII. Teorema de incompletitud de Gödel
- XXIII. 10º problema de Hilbert
- XXIV. Modelos finitos y complejidad de algoritmos

- **Metodología**

Participación activa del estudiante quien debe haber preparado previamente el material asignado en el programa. El profesor explicará o introducirá aquellos temas que requieran mayor experiencia y conocimiento matemático y resolverá los ejercicios que no hayan podido hacer los estudiantes. Llamará a los estudiantes a exponer teoría y ejercicios para los cuales según el desarrollo del curso deben haber adquirido recursos en ese momento si han trabajado diligentemente. Dicha exposición se hará en diálogo con el profesor y con participación del resto de la clase.

- **Criterios de evaluación y aspectos académicos**

- 3 exámenes parciales y uno final, cada uno 25%
- La participación en clase (tablero) da notas adicionales que se suman al 100%
- Los ejercicios que se se dejan de tarea, también nota adicional
- No hay nota de asistencia.
- Para la nota final se utilizarán los múltiplos de 0.25 y la agrupación por cercanía.

- **Bibliografía**

- X. Caicedo, *Elementos de Lógica y Calculabilidad*, Uniandes, 1990
- Dirk van Dalen, *Logic and structure*, 4nd ed., Springer Verlag, 2008
- H. D. Ebbinghaus, J. Flum, W. Thomas, *Mathematical Logic*, Springer Verlag, 1994
- B. Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic*, 2nd. edition, Academic Press, 2001