

# Geometría de formas diferenciales

Primer Semestre 2010

Alexander Cardona

El curso tiene como objetivo estudiar la teoría de formas diferenciales sobre variedades, así como la geometría asociada a diferentes tipos de estructuras (definidas por tensores de diferentes tipos) sobre ellas. En la primera parte (semanas 1 a 10), cuya referencia principal será los textos [4],[3] y [6] se estudiará la teoría general de variedades, campos vectoriales y formas diferenciales, homología, cohomología, y los teoremas de Stokes y De Rham. En la segunda parte (semanas 11 a 15) se estudiarán diferentes tipos de estructuras sobre variedades: estructuras Riemannianas [2], estructuras complejas [5] y estructuras simplécticas [1], junto con algunas aplicaciones a la geometría y la topología.

## Parte I

**Semana 1.** Formas diferenciales en  $\mathbb{R}^n$ .

*Parte I en [4].*

**Semana 2.** Variedades: definición y ejemplos.

*Secciones 1.1 a 1.2 en [3], Parte II en [4].*

**Semana 3.** El espacio tangente a una variedad y campos vectoriales I.

*Secciones 1.3, 1.4 y 1.5 en [3] y Parte III en [4].*

**Semana 4.** El espacio tangente a una variedad y campos vectoriales II.

*Secciones 1.3, 1.4 y 1.5 en [3] y Parte III en [4].*

**Semana 5.** Grupos y álgebras de Lie.

*Parte IV en [4] y capítulo 3 en [6].*

**Semana 6.** Formas diferenciales I.

*Secciones 2.1 y 2.2 en [3], Parte V en [4].*

**Semana 7.** Formas diferenciales II.

*Secciones 2.1 y 2.2 en [3], Parte V en [4].*

**Semana 8.** Teorema de Frobenius.

*Secciones 2.3 y 2.4 en [3].*

**Semana 9.** Integración.

*Parte VI en [4].*

**Semana 10.** Teoría de De Rham I: Cohomología y Teorema de De Rham.

*Secciones 3.1, 3.2 y 3.3 en [3].*

**Semana 11.** Teoría de De Rham II: Sucesiones exactas e invarianza homotópica.

*Parte VII en [4].*

Parte II

**Semana 12.** Estructuras Riemannianas sobre variedades.

*Secciones 4.1, 4.2 en [3] y 1.4 en [2].*

**Semana 13.** Teorema de Hodge y aplicaciones.

*Secciones 4.3, 4.4 en [3] y capítulo 6 en [6].*

**Semana 14.** Estructuras complejas sobre variedades, complejo de Dolbeault.

*Capítulo 2 en [5].*

**Semana 15.** Estructuras simplécticas sobre variedades.

*Secciones I y III en [1].*

**Evaluación.** Dos parciales 20% c/u, dos tareas 15% c/u, participación 10% y un examen final 20%.

## References

- [1] Cannas da Silva, A. *Symplectic geometry*, Lecture Notes in Mathematics **1764**, Springer-Verlag, 2001.
- [2] Jost, J. *Riemannian geometry and geometric analysis*. Springer-Verlag, 2008.
- [3] Morita, S. *Geometry of differential forms*. Translations of Mathematical Monographs, **201**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
- [4] Tu, L.W. *An introduction to manifolds*. Universitext. Springer, 2008.
- [5] Voisin, C. *Hodge theory and complex algebraic geometry. I*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, **76**. Cambridge University Press, 2002.
- [6] Warner, F. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer-Verlag, 1983.