

Métodos de punto interior para optimización convexa

Desde su introducción por Karmarkar en los 80s, los métodos de punto interior han sido el principal campo de investigación en optimización en las últimas dos décadas, esto ha dado como resultado una teoría madura y elegante. Al mismo tiempo han habido avances importantes desde el punto de vista computacional, hasta el punto que hoy en día la mayoría de los paquetes comerciales de optimización incorporan métodos de punto interior como parte fundamental de sus rutinas.

En este curso cubriremos la teoría básica de métodos de punto interior. También estudiaremos aspectos numéricos y de implementación. Haremos especial énfasis en programación lineal y programación semidefinida. Finalmente discutiremos algunas aplicaciones de programación semidefinida en combinatoria y en probabilidad.

Prerrequisitos

Álgebra lineal y cálculo vectorial.

Familiaridad con programación lineal, optimización, y/o análisis numérico es deseable.

Instructores

Dos instructores estarán a cargo del curso: Juan Carlos Vera y Javier Peña (visitantes de Carnegie Mellon University).

Horario

Lunes y miércoles 2-3:30.

Formato

Tareas (60%) y proyecto/presentación final (40%). No habrá exámenes.

Tres créditos. Asistentes *serios* son bienvenidos.

Programa

Con certeza cubriremos las primeras cinco partes. Esperamos cubrir un buen subconjunto de las últimas cinco partes. Esto lo definirá el interés de los participantes.

1. Introducción.
2. Preliminares
 - (a) Álgebra lineal
 - (b) Cálculo
 - (c) Condiciones de optimalidad para programación convexa
 - (d) Método de Newton
3. Puntos interiores en programación lineal

4. Elementos de programación semidefinida y programación cónica
5. Puntos interiores en programación semidefinida
6. Programación sobre conos simétricos
7. Código de dominio público: Lipsol, SeDuMi, SDPT3, SBundle
8. Métodos para problemas de gran escala
9. Aplicaciones
 - (a) Relajación de Goemans-Williamson para corte máximo
 - (b) Función Θ de Lovász
 - (c) Problema de momentos
 - (d) Optimización de polinomios
 - (e) Optimización robusta
 - (f) Aplicaciones de programación cónica en física
10. Temas avanzados
 - (a) Optimización de valores propios
 - (b) Algebras de Jordan
 - (c) Clasificación de funciones de barrera
 - (d) Funciones espectrales
 - (e) Programación semiestable
 - (f) Polinomios hiperbólicos

Bibliografía

- [1] J. Borwein and A. Lewis, *Convex Analysis and Nonlinear Optimization: Theory and Examples*, Springer Verlag, 2000.
- [2] J. Burke and M. Overton, "Variational analysis of non-Lipschitz spectral functions," *Mathematical Programming* 90 (2001), pp. 317–352.
- [3] M. Goemans and D. Williamson, "Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems," *JACM* 42 (1995), pp. 1115–1145.
- [4] R. Hauser and O. Güler, "Self-scaled barrier functions on symmetric cones and their classification," To Appear in *Foundations of Computational Mathematics*.

- [5] C. Helmberg and F. Rendl, "A spectral bundle method for semidefinite programming," *SIAM Journal on Optimization* 10 (2000), pp. 673–696.
- [6] J. Lasserre, "Global optimization with polynomials and the problem of moments," *SIAM Journal on Optimization* 11 (2001), pp. 796–817.
- [7] A. Lewis and M. Overton, "Eigenvalue optimization," *Acta Numerica* 5 (1996), pp. 149–190.
- [8] Y. Nesterov, "Structure of non-negative polynomials and optimization problems," Technical Report, CORE.
- [9] Y. Nesterov and M.J. Todd, "Primal-dual interior-point methods for self-scaled cones," *SIAM Journal on Optimization* 8 (1998) 324–364.
- [10] F. Oustry, "The U-Lagrangian of the maximum eigenvalue function," *SIAM Journal on Optimization* 9 (1999) pp. 526–549
- [11] J. Renegar, *A Mathematical View of Interior-Point Methods for Convex Optimization*, SIAM, 2001.
- [12] S. Schmieta and F. Alizadeh, "Associative and Jordan algebras, and polynomial time interior point algorithms for symmetric cones," *Mathematics of Operations Research* 26 (2001) pp. 543–564.
- [13] J. Sturm and S. Zhang, "On cones of nonnegative quadratic functions," Discussion paper, Department of Econometrics, Tilburg University.
- [14] M. Todd, K. Toh, and R. Tütüncü, "On the Nesterov-Todd direction in semidefinite programming," *SIAM Journal on Optimization* 8 (1998) 769–796.
- [15] H. Wolkowicz, R. Saigal, L. Vandenberghe, *Handbook of Semidefinite Programming*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [16] S. Wright, *Primal-Dual Interior-Point Methods*, SIAM, 1997.